

DEVOIR DE SYNTHÈSE n° 1

Exercice 1.

Soit les polynômes P et Q définies par $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6$
et $Q(x) = x^4 - x^2 + 3x - 3$.

- (1) **a:** Vérifier que 1 est une racine du polynôme P .
b: Factoriser $P(x)$.
c: Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $P(x) > 0$.
- (2) **a:** Vérifier que $Q(x)$ est factorisable par $(x - 1)$
b: Factoriser $Q(x)$
- (3) On pose $f(x) = P(x) + Q(x)$.
a: Vérifier que $f(x) = (x - 1)(x^3 + 3x^2 - x - 3)$.
b: Montrer que -1 est une racine du polynôme f .
c: Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$
- (4) Soit $g(x) = \frac{f(x)}{P(x)}$.
a: Déterminer l'ensemble de définition g .
b: Simplifier $g(x)$
c: Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $g(x) \geq 0$.

Exercice 2.

Soit ABC un triangle rectangle en A et soit $O' = A * C$.

- (1) Construire le point I barycentre des points pondérés $(A, 3)$ et $(B, -2)$
- (2) Soit G le point définie par $-\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{0}$.
a: Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(B, -2)$ et $(C, -1)$
b: Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(I, 1)$ et $(O', -2)$.
c: Dédire que $AICG$ est un parallélogramme.
- (3) Déterminer l'ensemble des points:
 $\Delta = \{M \in \mathbf{P} \text{ telque } \|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AB}\|\}$.
- (4) Soit $O = A * I$ et soit l'application:
 $\mathbf{f} : \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P}; \quad \mathbf{M} \mapsto \mathbf{M}' \text{ tel que } \overrightarrow{\mathbf{M}'\mathbf{M}} = -3\overrightarrow{\mathbf{M}\mathbf{A}} + 2\overrightarrow{\mathbf{M}\mathbf{B}} + \overrightarrow{\mathbf{M}\mathbf{O}}$
a: Montrer que l'application f est la translation de vecteur \overrightarrow{OI} .
b: Déterminer $t_{\overrightarrow{OI}}((AC))$ et $t_{\overrightarrow{OI}}((OO'))$.
- (5) **a:** Construire $J = t_{\overrightarrow{OI}}(C)$.
b: Montrer que le point C est le barycentre des points pondérés $(G, 1)$ et $(J, 2)$.
- (6) Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifient :
 $\| -3\overrightarrow{GM} + 3\overrightarrow{GB} \| = \| \overrightarrow{BG} + 2\overrightarrow{BJ} \|$.
- (7) Soit \mathcal{C} le cercle de centre B et passant par C .
a: Déterminer et construire \mathcal{C}' l'image du cercle \mathcal{C} par la translation $t_{\overrightarrow{OI}}$
b: (AC) recoupe \mathcal{C} en un point K et Δ recoupe \mathcal{C}' en K' . Montrer que
 $K' = t_{\overrightarrow{OI}}(K)$; en déduire que $KJ = K'C$.

Voir verso

Exercice 3. Cocher la réponse exacte.

- (1) (O, \vec{i}, \vec{j}) est un repère du plan. Soit $A(0, 4)$ et $B(1, 3)$ deux points du plan. B est l'image de A par la translation de vecteur:
- (a) \vec{i} (b) \vec{j} (c) $\vec{i} - \vec{j}$.
- (2) L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{x^2}{|x|+1} \leq 0$ est:
- (a) \emptyset (b) $\{0\}$ (c) $] -\infty, 0]$.
- (3) Soit P et Q deux polynômes telsque $d^\circ P = 2$ et $d^\circ Q = 3$ alors:
- (a) $d^\circ(P + Q) = 5$ (b) $d^\circ(P \cdot Q) = 5$ (c) $d^\circ(Q - P) = 1$.

Bon Travail