

EXERCICE I ( 4points ) VRAI ou FAUX ? ( en justifiant )

- 1)  $P$  est polynome tel que pour tout réel  $x$ ,  $P(-x) = P(x)$  . Si  $\alpha$  est une racine de  $P$ , alors  $-\alpha$  est aussi racine de  $P$  .
- 2)  $n$  est un entier naturel supérieur ou égal à 2,  $(x + 1)^{2n} - x^{2n} - 2x - 1$  se factorise par  $x(x + 1)(2x + 1)$
- 3) Deux polynomes qui ont exactement les memes racines sont égaux
- 4) L ' equation  $x^3 + x - 2 = 0$  admet trois solutions réelles

EXERCICE II ( 3points ) trouver la bonne réponse en justifiant

$$x^2 = (\sqrt{3} - 2)x - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

- n'a aucune solution
- a une unique solution
- a deux solutions distinct

(2)

$$\frac{-x^2 + x - 1}{2x^2 - x} \geq 0$$

- $S = ]-\infty; 0[ \cup ]\frac{1}{2}; \infty[$
- $S = ]0; \frac{1}{2}[$
- $S = \emptyset$

### EXERCICE III ( 5 points)

On donne un rectangle ABCD du plan dont les cotés  $AB = a$  et  $BC = b$ . Pour  $m$  réel non nul , on note  $G_m$  le barycentre du système de points pondérés  $\{ ( A , m ) ; ( B , - 1 ) ; ( C , 1 ) \}$

1) Placer les points  $G_1$  ,  $G_2$  et  $G_{-2}$

2) -a- Montrer que les points  $G_m$  appartiennent à la droite ( AD )

-b- Lorsque  $m$  décrit  $\mathbb{R}$  , l' ensemble des points  $G_m$  est – il la droite (AD) ?

3) – a- Quel est l' ensemble ( E ) des points M du plan tels que :

$$\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

-b- Construire ( E )

4) Est-ce que l' aire du triangle  $G_mBC$  dépend de  $m$  ?

### EXERCICE IV ( 4 points )

Soit P le polynôme défini sur  $\mathbb{R}$  par :

$$P(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$$

On cherche à factoriser P .

1. Calculer  $P(- 3)$  .

2. Déterminer les réels  $a$  ,  $b$  ,  $c$  et  $d$  tels que pour tout réel  $x$  :  $P(x) = (x + 3) (ax^3 + bx^2 + cx + d)$

3. Soit Q le polynôme défini sur  $\mathbb{R}$  par :  $Q(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$  . Calculer  $Q(4)$  .

4. En déduire une factorisation du polynôme Q .

5. En déduire finalement la forme la plus factorisée possible du polynôme P .

### EXERCICEIV ( 4 points)

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que  $BC = 3$  et  $AC = 2$ .

Soit ( C ) et ( C' ) deux cercles isométriques de rayon  $r = 2$  et de centres respectifs C et B les cercles ( C ) et ( C' ) sont sécants en A et D

1) Soit l' application f de P dans P qui au point M associe le point M' tel que :  $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$  . Montrer que f est une translation de vecteur  $\overrightarrow{CB}$

2) Construire les points E et F définie par  $E = t_{\overrightarrow{CB}}( A )$  et  $D = t_{\overrightarrow{CB}}( F )$

3) Vérifier que  $(C') = t_{\overline{CB}}(C)$  et que  $E \in (C')$

4) La droite parallèle à  $(AD)$  passant par  $E$  recoupe le cercle  $(C')$  en  $K$ .

a-) Déterminer  $t_{\overline{CB}}(AD)$

b-) Montrer que  $t_{\overline{CB}}(D) = K$

c-) En déduire que  $D$  est le milieu de  $[KF]$