

La clarté des explications et le soin apporté à la présentation seront pris en compte dans l'évaluation des copies.

**Exercice 1 : (6 points)**

Soit  $(u_n)$  la suite définie par :  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = 4u_n + 9$

- 1) Calculer  $u_1, u_2$  et  $u_3$ .  $u$  est-elle une suite géométrique ?
- 2) On pose pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = u_n + 3$ 
  - a) Montrer que  $v_{n+1} = 4u_n + 12$
  - b) En déduire que  $v$  est une suite géométrique de raison 4.
  - c) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) On pose  $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$  et  $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$

Montrer que  $S = 4^n - 1$  en déduire  $S'$

**Exercice 2 : (7 points)**

Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de centre  $O$  et de rayon  $r$ .  $[AB]$  une corde de ce cercle. Soit  $C$  un point variable de  $\mathcal{C}$  et  $D$  le point tel que  $ABCD$  un parallélogramme de centre  $I$ . (voir l'annexe)

- 1) Soit  $h$  : l'homothétie de centre  $A$  et de rapport  $\frac{3}{2}$ .
  - a) Construire les points  $D' = h(D)$  et  $B' = h(B)$ .
  - b) Déterminer la droite  $\Delta$  image de  $(BD)$  par l'homothétie  $h$ .
- 2) Soient  $J = (AC) \cap \Delta$ .
  - a) Déterminer  $h((AC))$ .
  - b) Montrer que  $J$  est le milieu de  $[B'D']$
- 3) Montrer que  $h_{\left(A, \frac{3}{4}\right)}(C) = J$  en déduire l'ensemble des points  $J$  lorsque  $C$  varie
- 4) Soit  $h'$  l'homothétie tel que  $h'(D) = B'$  et  $h'(B) = D'$ 
  - a) Déterminer et construire le centre  $O'$  de  $h'$ .
  - b) Déterminer le rapport de  $h'$ .

**Exercice 3 : (7 points)**

Les questions I, II et III sont indépendantes

I- Déterminer la valeur des réels suivants (sans utiliser la calculatrice)

- a)  $A = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$
- b)  $B = \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{4\pi}{10}\right)$

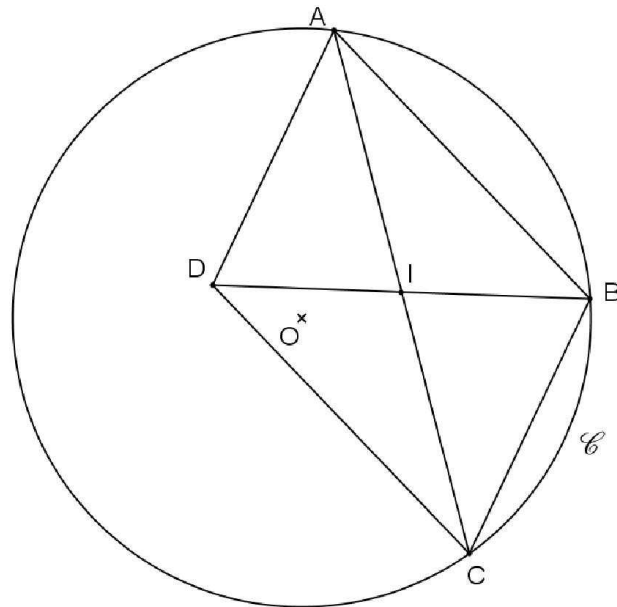
II- Soit  $x \in ]0, \pi[$ , montrer l'égalité :  $\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{2}{\sin^2 x}$

III- Soit  $ABC$  un triangle, d'aire  $6\sqrt{3}$ , tel que  $AB = 6$  et  $AC = 4$  et  $\hat{A} \in ]0, \frac{\pi}{2}[$

- a) Montrer que  $\sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  en déduire l'angle  $\hat{A}$
- b) Calculer  $BC$ .
- c) Déterminer le rayon de son cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2



Nom et prénom :

N° :      classe : 2 Sc3

Professeur : Mr. BEBZIG