

Lycée Tahar Sfar Mahdia	Devoir de Synthèse n° 1 Mathématiques	Classes : 2 ^{ème} Sc1 et 2 et 2 ^{ème} Info2
Date : 31 / 05 / 2011	Profs : Zaouali et Meddeb	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (3 pts)

On donne sur le graphique ci-contre, dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , trois paraboles C_1, C_2 et C_3 .

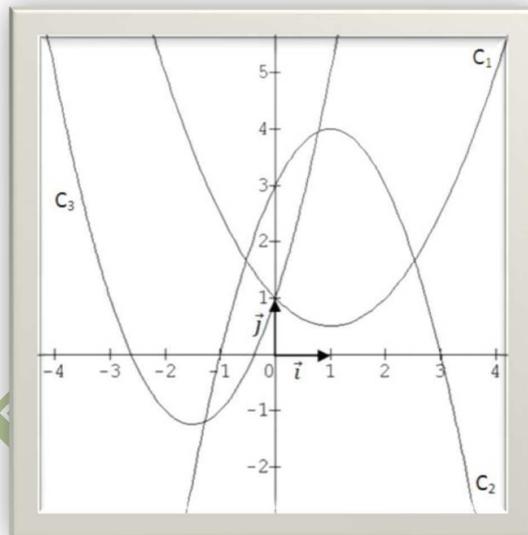
Soient f, g, h et k les quatre fonctions définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

$$h(x) = -x^2 + 2x + 3$$

$$k(x) = x^2 + 3x + 1$$



Trois parmi ces quatre fonctions sont représentées graphiquement par les courbes C_1, C_2 et C_3 .

- 1) Associer chaque courbe à sa fonction.
- 2) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_1 et C_3 .

Exercice n°2 : (8 pts)

Dans l'annexe ci-joint est représenté dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , l'hyperbole C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. Les droites Δ et Δ' sont les asymptotes de f .

- 1) a/ Etablir le tableau de variations de f .
b/ Résoudre graphiquement : $f(x) \geq 0$.
- 2) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $f(x) = \frac{2x - 2}{x - 2}$.
- 3) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = -x^2 + 4x + c$, $c \in \mathbb{R}$.

On désigne par C_g sa courbe représentative dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) de la feuille de l'annexe.

a/ Déterminer c sachant que C_g passe par le point $A(3, 4)$.

b/ Montre ensuite que, $g(x) = -(x - 2)^2 + 5$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

c/ Tracer soigneusement C_g .

- 4) a/ Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g .
b/ Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$.

Exercice n°3 : (9 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points $A(4, 4)$, $B(-1, 5)$ et $C(-2, 0)$.

- 1) a/ Faire une figure que l'on complétera dans la suite de l'exercice.
b/ Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en C .
- 2) Soit \mathcal{C} l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que : $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 8 = 0$.
a/ Montrer que \mathcal{C} est le cercle de centre $I(1, 2)$ et de rayon $R = \sqrt{13}$.
b/ Vérifier que $[AC]$ est un diamètre de \mathcal{C} . Tracer \mathcal{C} .
- 3) Soit Δ la droite d'équation : $3x + 2y - 20 = 0$.
a/ Vérifier que Δ est la tangente à \mathcal{C} en A .
b/ Ecrire une équation de la tangente Δ' à \mathcal{C} en B .
c/ Les droites Δ et Δ' se coupent en J . Montrer que $AIBJ$ est un carré.
d/ Déterminer les coordonnées de J .
- 4) Soit \mathcal{C}' le cercle de centre $K\left(4, -\frac{5}{2}\right)$ et de rayon $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Montrer que \mathcal{C} et \mathcal{C}' sont tangents extérieurement. Construire \mathcal{C}' .

Bonne chance

Annexe à rendre avec la copie

