

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Le sommet S de la parabole $\mathcal{P} : y = 2(x - 2)^2 + 1$ a pour coordonnées :

A : (2, 1)

B : (-2, 1)

C : (2, -1)

2. Les asymptotes de l'hyperbole $\mathcal{H} : y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ sont :

A : $\Delta : x = 1$ et $\Delta' : y = 2$

B : $\Delta : y = 1$ et $\Delta' : x = 2$

C : $\Delta : x = -1$ et $\Delta' : y = 2$

3. La courbe $\Gamma : x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ est :

A : un cercle

B : { I(-1,2) }

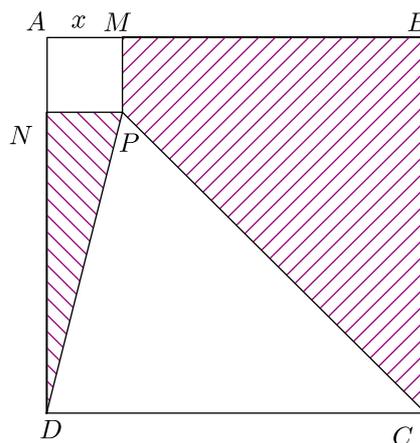
C : \emptyset

Exercice 2 (5 points)

ABCD est un carré de coté 10 cm et AMPN est un carré de coté $x \in [0, 10]$.

On désigne par $S(x)$ l'aire de la partie hachurée.

1. Prouver que pour tout $x \in [0, 10]$, $S(x) = -x^2 + 5x + 50$.
2. (a) Construire le tableau de variation de S sur [0,10].
(b) pour quelle valeur de x l'aire $S(x)$ est-elle maximale?
3. Déterminer l'ensemble des nombres $x \in [0, 10]$ tels que $S(x) < \text{Aire}(AMPN)$.



Exercice 3 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On donne le point $A(-4,1)$ et la droite $\Delta : y = 3x - 1$.

- Calculer la distance du point A à la droite Δ .
- Ecrire une équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de centre A et tangent à Δ .
- (a) Ecrire une équation cartésienne de la droite Δ' passant par A et perpendiculaire à Δ .
(b) En déduire les coordonnées des points d'intersection de la droite Δ' et du cercle \mathcal{C} .

Exercice 4 (7 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x+4}{x+1}$.

Dans l'annexe ci-dessous est tracée la courbe représentative notée \mathcal{C}_f de f sur l'intervalle $] -1; +\infty[$, dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- Préciser l'ensemble de définition de f .
- (a) Préciser les coordonnées du centre de l'hyperbole \mathcal{C}_f et les équations de ses asymptotes .
(b) Tracer sur l'annexe à rendre avec la copie les asymptotes de \mathcal{C}_f .
(c) Compléter la construction de \mathcal{C}_f .
- (a) Déterminer les réels a et b tels que $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$.
(b) Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $] -1; +\infty[$.
- Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -x^2 + 4$ et \mathcal{C}_g sa courbe représentative tracée dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
(a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $f(x) - g(x) = \frac{x(x-1)(x+2)}{x+1}$
(b) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $g(x) = f(x)$.
(c) En déduire les coordonnées des points A, B et C intersection de \mathcal{C}_g et \mathcal{C}_f .
(d) Montrer que le triangle ABC est rectangle.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.
- Tracer dans le même repère la courbe représentative \mathcal{C}_h de la fonction g définie par $h(x) = \frac{2x+4}{|x+1|}$.

Annexe à rendre avec la copie

NOM ET PRENOM :

