

Dénombrement

Exercice 1

Un centre de loisirs accueille 100 enfants.

Deux sports sont proposés : le football et le tennis.

A la question : Aimez-vous le football ? 60 enfants lèvent la main.

A la question : Aimez-vous le tennis ? 45 enfants lèvent la main.

A la question : Aimez-vous le tennis et le football ? 18 enfants lèvent la main.

En faisant un **diagramme** représentant ces données, répondre aux questions suivantes :

Combien d'enfants aiment le football mais n'aiment pas le tennis ?

Combien d'enfants aiment le tennis mais n'aiment pas le football ?

Combien d'enfants n'aiment aucun des deux sports ?

Combien d'enfants aiment au moins un des deux sports ?

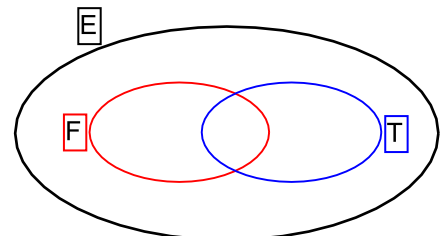
Solution

On représente par un diagramme l'ensemble E des 100 enfants.

A l'intérieur de cet ensemble, on dessine les deux sous-ensembles :

F : représentant les enfants qui aiment le football ;

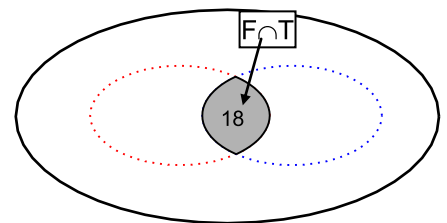
T : représentant les enfants qui aiment le tennis.



Les deux ensembles F et T ont une intersection qui correspond à l'ensemble des enfants aimant à la fois le football et le tennis.

Cette intersection, notée $F \cap T$ contient 18 éléments.

(les 18 enfants qui aiment à la fois le football et le tennis)



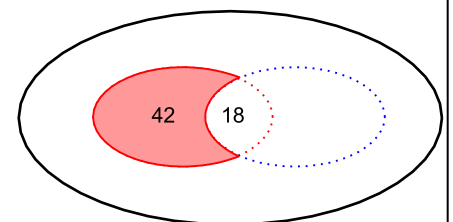
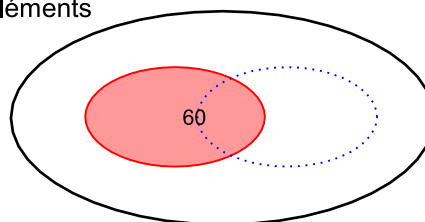
On sait que l'ensemble F contient 60 éléments

(les 60 enfants qui aiment le football)

et que parmi ces 60 éléments,

18 se trouvent dans $F \cap T$.

On en déduit que 42 enfants aiment le football mais n'aiment pas le tennis ($60 - 18 = 42$)



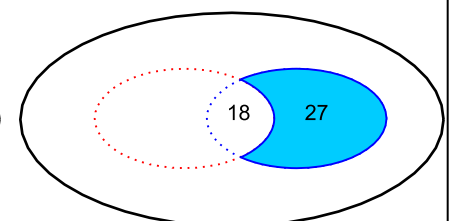
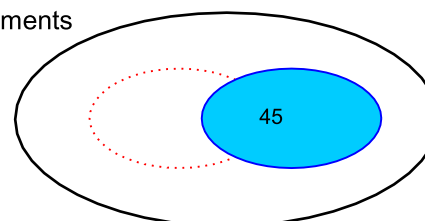
De même l'ensemble T contient 45 éléments

(les 45 enfants qui aiment le tennis)

et parmi ces 45 éléments,

18 se trouvent dans $F \cap T$.

On en déduit que 27 enfants aiment le tennis mais n'aiment pas le football ($45 - 18 = 27$)



Le centre de loisirs accueille 100 enfants,

on peut alors terminer le diagramme en notant que :

$$100 - (42 + 18 + 27) = 100 - 87 = 13$$

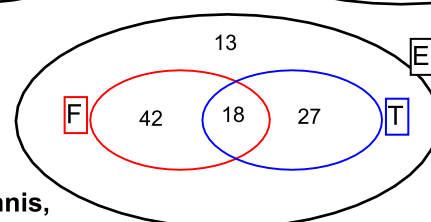
On peut alors dire que :

42 enfants aiment le football mais n'aiment pas le tennis,

27 enfants aiment le tennis mais n'aiment pas le football,

13 enfants n'aiment aucun des deux sports,

87 enfants aiment au moins un des deux sports.



Exercice 2

Un sondage auprès de 150 personnes a donné les résultats suivants :

A la question « Consommez-vous régulièrement de l'alcool ? », 50 personnes répondent oui.

A la question « Êtes-vous fumeur ? », 80 personnes répondent oui.

A la question « Êtes-vous un fumeur consommant régulièrement de l'alcool ? », 35 personnes répondent oui.

En faisant un **tableau** représentant ces données, répondre aux questions suivantes :

Combien de personnes sont des fumeurs ne consommant pas régulièrement de l'alcool ?

Combien de personnes consomment régulièrement de l'alcool et ne sont pas fumeurs ?

Combien de personnes ne sont pas fumeurs et ne consomment pas régulièrement de l'alcool ?

Combien de personnes sont fumeurs ou consomment régulièrement de l'alcool ?

Remarque : Cet exercice pourrait aussi être traité en utilisant un diagramme comme dans l'exercice 1.

Solution

On peut créer le tableau suivant dans lequel on place les données du texte :

	Consommateurs d'alcool	Non consommateurs	Total
Fumeurs	35		80
Non fumeurs			
Total	50		150

On peut ensuite compléter ce tableau en effectuant les opérations suivantes :

	Consommateurs d'alcool	Non consommateurs	Total
Fumeurs	35	$80 - 35 = 45$	80
Non fumeurs	$50 - 35 = 15$		$150 - 80 = 70$
Total	50	$150 - 50 = 100$	150

On peut alors terminer le tableau en remplissant la dernière cellule.

Deux calculs sont possibles : $70 - 15$ ou $100 - 45$ et ils donnent le même résultat : 55

On obtient alors :

	Consommateurs d'alcool	Non consommateurs	Total
Fumeurs	35	45	80
Non fumeurs	15	55	70
Total	50	100	150

On peut alors, par lecture directe du tableau, dire que :

45 personnes sont des fumeurs ne consommant pas régulièrement de l'alcool,

15 personnes consomment régulièrement de l'alcool et ne sont pas fumeurs,

55 personnes ne sont pas fumeurs et ne consomment pas régulièrement de l'alcool.

Et par addition des nombres contenus dans les cellules grisées, on obtient que :

95 personnes sont fumeurs ou consomment régulièrement de l'alcool.

Exercice 3

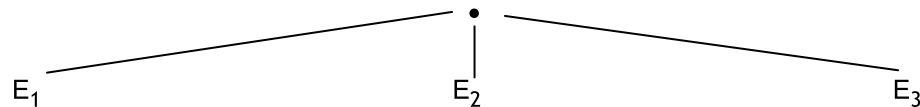
Un restaurant propose à ses clients un menu qui se compose :

- d'une entrée à choisir parmi trois entrées possibles notées : E_1, E_2, E_3
- d'un plat principal à choisir parmi quatre plats possibles : P_1, P_2, P_3, P_4
- d'un dessert à choisir parmi trois desserts possibles : D_1, D_2, D_3

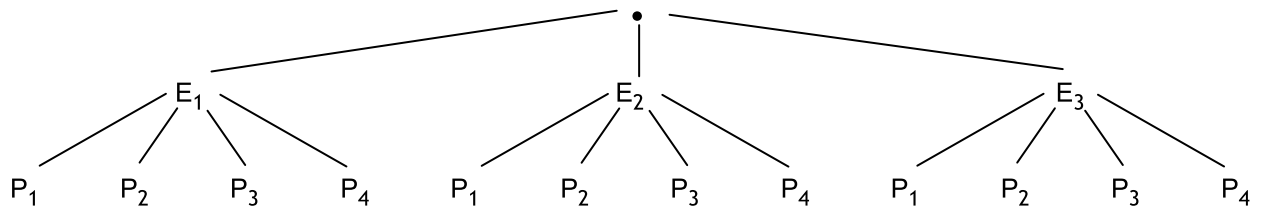
Utiliser une disposition en forme d'**arbre** pour déterminer le nombre de menus différents que peut composer un client.

Solution

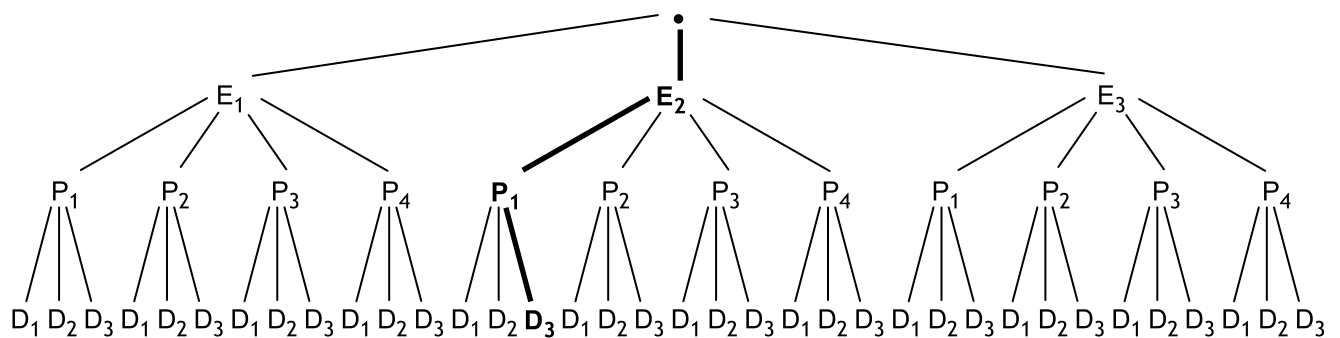
Chaque client a le choix entre 3 entrées possibles E_1, E_2, E_3 , ce que l'on peut représenter sous la forme :



Une fois l'entrée choisie, il peut choisir le plat principal de 4 façons différentes. On peut alors poursuivre l'arbre sous la forme :



Il reste alors à choisir un dessert parmi trois desserts possibles. On obtient alors :



Chacun des "chemins" choisis correspond à un des menus possibles.

Le "chemin" apparaissant en gras correspond au menu E_2, P_1, D_3

On peut alors compter le nombre de chemins qui est égal à 36.

Ce nombre correspond à $3 \times 4 \times 3$.

En effet on dispose de 3 possibilités pour choisir l'entrée.

Pour chaque entrée choisie, il y a 4 possibilités de choisir le plat principal, ce qui donne donc $3 \times 4 = 12$ possibilités pour le choix d'une entrée et d'un plat.

Enfin pour chacune de ces 12 possibilités, il y a 3 possibilités pour choisir le dessert, ce qui donne finalement $12 \times 3 = 36$ possibilités de menus différents.

Exercice 4

Une campagne de la prévention routière s'intéresse aux défauts constatés sur le freinage des véhicules et sur leur éclairage. 400 véhicules sont examinés.

Le responsable du test de freinage a noté que 60 des 400 véhicules présentaient un défaut de freinage.

Le responsable du test d'éclairage a noté que 140 des 400 véhicules présentaient un défaut d'éclairage.

Une récapitulation permet de plus de constater que 45 véhicules présentaient à la fois un défaut de freinage et un défaut d'éclairage.

Utiliser une disposition en forme d'**arbre** pour répondre aux questions suivantes :

Combien de véhicules présentent un défaut de freinage mais pas de défaut d'éclairage ?

Combien de véhicules présentent un défaut d'éclairage mais pas de défaut de freinage ?

Combien de véhicules ne présentent aucun des deux défauts ?

Combien de véhicules présentent au moins un des deux défauts ?

Remarque : Cet exercice pourrait aussi être traité en utilisant un diagramme comme dans l'exercice 1, ou un tableau comme dans l'exercice 2.

Solution

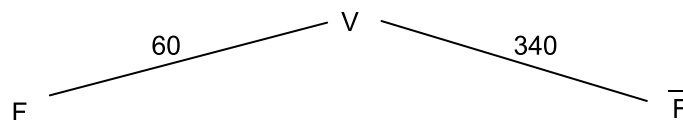
Notons V l'ensemble de tous les véhicules, F l'ensemble des véhicules présentant un défaut de freinage,

\overline{F} l'ensemble des véhicules ne présentant pas de défaut de freinage, E l'ensemble des véhicules présentant un défaut d'éclairage et \overline{E} l'ensemble des véhicules ne présentant pas de défaut d'éclairage.

On peut alors commencer par répartir les véhicules en fonction du critère "freinage" :

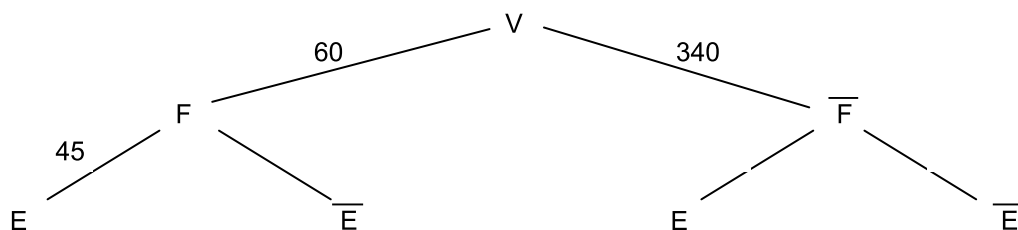
(60 véhicules présentent un défaut de freinage et par conséquent, $400 - 60 = 340$ n'en présentent pas).

(La somme des nombres portés sur les deux branches issues de V représente le nombre d'éléments de V : 400).



Lorsque cette répartition est faite, on répartit les véhicules en fonction du critère "éclairage" :

(On sait que sur les 60 véhicules qui présentent un défaut de freinage, 45 présentent aussi un défaut d'éclairage).



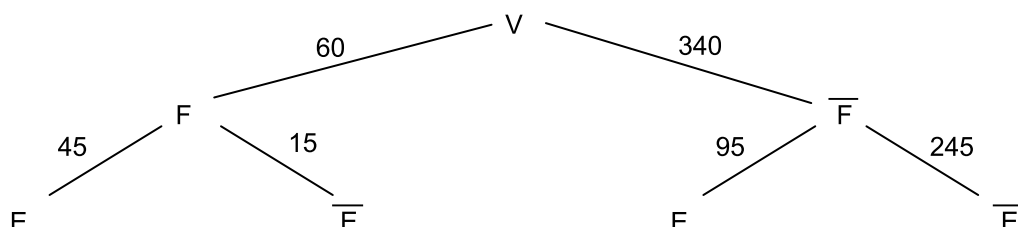
On peut alors terminer l'arbre :

(La somme des nombres portés sur les deux branches issues de F est le nombre d'éléments de F : $45 + 15 = 60$)

(La somme des nombres portés sur les branches arrivant à E est le nombre d'éléments de E ,

et on sait que 140 véhicules présentent un défaut d'éclairage : $45 + 95 = 140$).

(Enfin la somme des nombres portés sur les branches issues de \overline{F} est le nombre d'éléments de \overline{F} : $95 + 245 = 340$).



On peut alors répondre aux questions par lecture sur l'arbre :

15 véhicules présentent un défaut de freinage mais pas de défaut d'éclairage,

95 véhicules présentent un défaut d'éclairage mais pas de défaut de freinage,

245 véhicules ne présentent aucun des deux défauts.

Et par somme ($45+15+95$) ou par différence ($400-245$), on obtient enfin :

155 véhicules présentent au moins un des deux défauts.

Dénombrement Exercices non corrigés

Exercice 5

Dans un lycée de 1023 élèves on a recensé les élèves pratiquant l'Anglais et l'Espagnol.

On obtient les résultats suivants :

524 élèves pratiquent l'Anglais et l'Espagnol.

936 élèves pratiquent l'Anglais.

415 élèves ne pratiquent pas l'Espagnol.

En utilisant un diagramme, répondre aux questions suivantes :

Combien d'élèves ne pratiquent ni l'Anglais ni l'Espagnol

Combien d'élèves pratiquent l'Anglais mais pas l'Espagnol

Combien d'élèves pratiquent l'Espagnol mais pas l'Anglais

Combien d'élèves pratiquent l'Anglais ou l'Espagnol, mais pas les deux.

Exercice 6

Une machine fabrique en série des tiges métalliques de forme cylindrique.

Une tige peut présenter l'un des défauts suivants :

- défaut D1 : le diamètre n'est pas conforme
- défaut D2 : la longueur n'est pas conforme

Sur un lot de 100 tiges, les informations suivantes sont données :

8 tiges présentent le défaut D1,

6 tiges présentent le défaut D2

2 tiges présentent simultanément les défauts D1 et D2.

1°) Déterminer en utilisant un diagramme, le nombre de tiges du lot qui ne présentent :

- a) que le défaut D1
- b) que le défaut D2
- c) ni le défaut D1, ni le défaut D2.

2°) Répondre aux mêmes questions en utilisant un tableau.

3°) Répondre aux mêmes questions en utilisant un arbre.

Exercice 7

On joue avec deux dés. Le dé n°1 est cubique et ses 6 faces sont numérotées de 1 à 6.

Le dé n°2 est tétraédrique et ses 4 faces sont notées A, B, C, D.

Ecrire dans un tableau tous les tirages possibles et les dénombrer.

Exercice 8

Un établissement propose à ses élèves le choix de langues suivant :

Anglais (A) , Allemand (D) , Espagnol (E) , Italien (I) , Russe (R).

Un élève doit choisir deux langues vivantes : LV_1 et LV_2 .

1°) En utilisant un diagramme en arbre, énumérer et dénombrer tous les choix possibles

(On remarquera qu'un élève ne peut pas choisir la même langue en LV_1 et LV_2)

2°) Même question pour le choix de trois langues LV_1 , LV_2 , LV_3 .

Exercice 9

Un test d'aptitude consiste à poser à chaque candidat une série de quatre questions indépendantes auxquelles il doit répondre par "Oui" ou "Non"

Un candidat répond au hasard. En utilisant une disposition en forme d'arbre, déterminer combien de possibilités il a de répondre au questionnaire.

Exercice 10

Un enfant possède 5 crayons de couleur : un rouge, un vert, un bleu, un jaune et un marron.

Il dessine un bonhomme et choisit : un crayon pour la tête, un crayon pour le corps et un crayon pour les membres.

En utilisant une disposition en forme d'arbre, déterminer tous les choix possibles des trois crayons :

1°) En supposant qu'il peut utiliser la même couleur pour différentes parties.

2°) En supposant qu'il utilise toujours trois couleurs distinctes.

Dénombrement

Utilisation du tableur

Les numéros des exercices correspondent aux exercices du cours
N'oubliez pas de sauvegarder le fichier une fois le travail effectué.

Exercice 1

Ouvrez le classeur "den01.xls". Inscrivez dans la plage H1:H4 les données de l'exercice.
Écrivez dans les cellules grisées F13 ; I13 ; L13 ; L8 les **formules** donnant les résultats demandés.

Exercice 2

- 1°) Ouvrez le classeur "den02.xls" et placez-vous dans la feuille "Tableau".
Inscrivez dans les cellules grisées les données de l'exercice.
Complétez les autres cellules du tableau par les **formules** donnant les résultats demandés.
- 2°) Placez vous dans la feuille "Diagramme". Vérifiez que les cellules H1:H4 affichent les données de l'exercice. (Examinez et comprenez les formules situées dans ces quatre cellules)
Écrivez dans les cellules F13, I13, L13, L8, R5 les **formules** donnant les résultats demandés.

Exercice 4

- 1°) Ouvrez le classeur "den04.xls" et placez-vous dans la feuille "Arbre".
Inscrivez dans les cellules C1:C4 les données de l'exercice.
Complétez les cellules E10 ; C13 ; G13 ; B16 ; D16 ; F16 ; H16 ; H4 par les **formules** donnant les résultats demandés.
- 2°) Placez-vous dans la feuille "Tableau".
Vérifiez que les cellules C1:C4 affichent les données de l'exercice. (Examinez et comprenez les formules situées dans ces quatre cellules)
Écrivez dans la plage E7:G9 ainsi que dans la cellule G4 les **formules** donnant les résultats demandés.
- 3°) Placez-vous dans la feuille "Diagramme".
Vérifiez que les cellules H1:H4 affichent les données de l'exercice. (Examinez et comprenez les formules situées dans ces quatre cellules)
Écrivez dans les cellules F13 ; I13 ; L13 ; L8 ; Q4 les **formules** donnant les résultats demandés.

Exercice 5

- 1°) Ouvrez le classeur "den05.xls" et placez-vous dans la feuille "Diagramme".
Inscrivez dans la plage H1:H4 les données de l'exercice.
Écrivez dans les cellules grisées F13 ; I13 ; L13 ; L8 ; Q2 les **formules** donnant les résultats demandés
- 2°) Placez-vous dans la feuille "Tableau" et complétez la.

Exercice 6

- 1°) Ouvrez le classeur "den06.xls" et placez vous dans la feuille "Diagramme".
Inscrivez dans la plage H1:H4 les données de l'exercice.
Écrivez dans les cellules grisées F13 ; I13 ; L13 ; L8 les **formules** donnant les résultats demandés.
- 2°) Placez-vous dans la feuille "Tableau". Vérifiez que les cellules C1:C4 affichent les données de l'exercice. (Examinez et comprenez les formules situées dans ces quatre cellules)
Écrivez dans les cellules grisées E7:G9 les **formules** donnant les résultats demandés.
- 3°) Placez-vous dans la feuille "Arbre". Vérifiez que les cellules C1:C4 affichent les données de l'exercice.
Écrivez dans les cellules grisées E10 ; C13 ; G13 ; B16 ; D16 ; F16 ; H16 les **formules** donnant les résultats demandés.

Exercice 7

Ouvrez le classeur "den07.xls".
Complétez les cellules B5:G5 par les 6 tirages possibles pour le dé n°1.
Complétez les cellules A6:A9 par les 4 tirages possibles pour le dé n°2.
Constatez l'affichage dans le tableau de tous les tirages possibles.