

EXERCICE N°1 : (7,5)

On considère le graphe G ci-contre :

1) a) Déterminer l'ordre de G.

b) Ce graphe est-il connexe ? est-il complet ?

c) Déterminer le degré de chacun des sommets.

d) Justifier que le graphe G admet une chaîne Eulérienne dont on précisera les extrémités, puis donner un exemple de chaîne Eulérienne.

2) Peut-on emprunter toutes les arêtes du graphe sans répéter aucune arête deux fois et d'y revenir au sommet de départ ? si non que peut-on faire pour l'avoir.

3) a) Utiliser l'algorithme de Welch-Powell pour colorier G.

b) Déterminer le nombre chromatique de ce graphe en justifiant la réponse.

EXERCICE N°2 (5 pt)

Soit f la fonction dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :

1) Déterminer le domaine de définition de f .

2) a) Déterminer les valeurs de x pour lesquels : $f(x) = 0$.

b) Calculer $f(-2)$ et $f(4)$.

3) Déterminer graphiquement les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) ; \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) ; \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x).$$

4) Déterminer les équations des asymptotes à Cf.

EXERCICE N°3 (7,5 pts)

1) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$

On désigne par C_f sa courbe dans un repère orthonormé.

a) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

b) Calculer : $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$; interpréter graphiquement les résultats.

c) Vérifier que : $f(x) = x + \frac{4}{x-2}$.

d) Justifier que la droite $\Delta : y = x$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$.

2) On considère la fonction g telle que :
$$\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } x \geq 3 \\ g(x) = x^3 - x + 2 & \text{si } x < 3 \end{cases}$$

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

b) Etudier la continuité de g en 3.