

DEVOIR DE CONTRÔLE N°4

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la bonne case.

Questions	Réponses
1. La limite à gauche en 5 de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{8 - 3x}{\sqrt{(5 - x)^3}}$ est égale à	<input type="checkbox"/> -7 <input type="checkbox"/> $-\infty$ <input type="checkbox"/> $+\infty$
2. A l'entrée d'un immeuble, un digicode comporte 12 touches principales : les chiffres de 0 à 9 et les lettres A et B . Un code d'accès à cet immeuble est constitué de 4 caractères (une lettre suivie de trois chiffres). Le nombre de codes possibles vaut	<input type="checkbox"/> 10^4 <input type="checkbox"/> 2×10^4 <input type="checkbox"/> 2×10^3
3. Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{-x^3}{(1-x)^3}$ Au voisinage de $-\infty$, la courbe \mathcal{C}_g de g admet comme asymptote la droite d'équation :	<input type="checkbox"/> $x = 1$ <input type="checkbox"/> $y = -1$ <input type="checkbox"/> $y = 1$
4. Le déterminant du système $(S) : \begin{cases} 7x + 8y = -8 \\ 7y - 5x = 6 \end{cases}$ est égal à	<input type="checkbox"/> -91 <input type="checkbox"/> 89 <input type="checkbox"/> 9

Exercice 2 (6 points)

On se donne la fonction f définie par : $f(x) = 1 + x + \sqrt{1 + x^2}$

On désigne par \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Montrer que f est définie et continue sur tout \mathbb{R} .

2. a/ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b/ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1 - 2x]$ puis interpréter ce résultat.

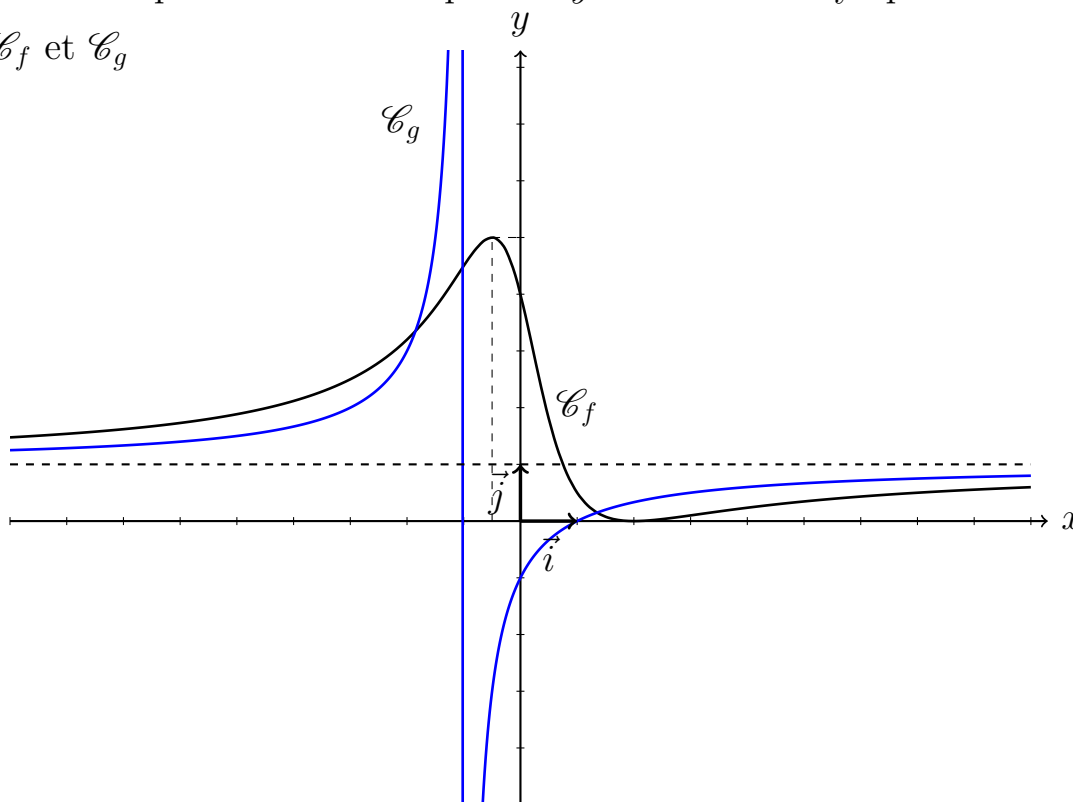
3. a/ Soit $x < 0$, montrer que l'on a : $f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{1 + x^2} - x}$

b/ En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis interpréter ce résultat.

4. Construire \mathcal{C}_f ainsi que ses asymptotes.

Exercice 3 (5 points)

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormée, les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives de deux fonctions f et g définies respectivement sur \mathbb{R} et $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. On sait que : la droite d'équation $y = 1$ est une asymptote commune aux courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g



1. Donner $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(2)$, $f(0)$ et $g(0)$.
2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} g(x)$.
3. Etudier la continuité des fonctions f et g .
4. Quel est le maximum de la fonction f sur \mathbb{R} ? Préciser la valeur pour laquelle il est atteint.
5. Donner le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = g(x)$.
6. Etudier les variations des fonctions f et g .

Exercice 4 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ par : $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis interpréter ce résultat graphiquement.
2. Factoriser le trinôme : $2x^2 - 7x + 6$
3. a/ Montrer que l'on a : $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x + 2)(x - 2)^2$
b/ Etudier la limite de f en 2.
4. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x) - f(0)}$