

Exercice n°2 :

I) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un R.O.N (o, \vec{i}, \vec{j}) .

1) Vérifier que $f(x) = x - 2 + \frac{1}{x - 2}$ pour tout $x \neq 2$.

2) Déterminer les asymptotes à (C).

3) a) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ et que $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}$ pour tout $x \neq 2$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

4) a) Déterminer les points de (C) où les tangentes sont parallèles à la droite $(\Delta): 8x - 9y + \alpha = 0$; $\alpha \in \mathbb{R}$.

b) Déterminer alors les valeurs possibles de α pour que (Δ) soit, elle-même, une tangente à (C).

II) Soit $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x-1}}{x} + a & \text{si } x > 1 \end{cases}$; $a \in \mathbb{R}$. On désigne par (C') sa

courbe représentative dans un R.O.N (o, \vec{i}, \vec{j}) .

1) Déterminer la valeur de a pour que f soit continue en 1.

Dans la suite, on prendra $a = -1$.

2) Etudier la dérivabilité de g à droite de 1. Interpréter graphiquement le résultat.

3) g est-elle dérivable en 1? Justifier.

4) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

5) Montrer que g est dérivable sur $]1, +\infty[$ et $g'(x) = \frac{2-x}{2x^2 \sqrt{x-1}}$ pour $x > 1$.

6) Dresser le tableau de variation de g .

Exercice n°3 :

Soit $x \in \mathbb{R}$, on pose: $f(x) = 2 + \cos(2x) + \sqrt{3} \sin(2x)$ et $g(x) = -\sqrt{3} \cos(2x) + \sin(2x)$.

1) a) Montrer que $f(x) = 4 \cos^2(x - \frac{\pi}{6})$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b) Résoudre dans $[0, 2\pi[$, puis dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = 0$.

2) Montrer que $g(x) = 4 \sin(x - \frac{\pi}{6}) \cos(x - \frac{\pi}{6})$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

3) On pose $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$.

a) Donner le domaine de définition D_h de h .

b) simplifier $h(x)$ pour $x \in D_h$

c) Calculer $h(\frac{\pi}{8})$ et déduire la valeur exacte de $\tan(\frac{\pi}{24})$.

Bon travail