

Devoir de contrôle n°3

Durée : 2heures

3^{ème} Math

Mr: Bouhouch Ameer

Exercice n°1:(3pts)

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Laquelle?

1) Soit la suite réelle (U_n) définie sur \mathbb{N} par $U_0=1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$

$U_{n+1}-U_n=2^n$. Alors pour tout n , on a :

a) $U_n=2^n - 1$

b) $U_n=2^{n+1}$

c) $U_n=2^n$

2) Soit la suite (V_n) définie sur \mathbb{N}^* par $V_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} \dots + \frac{n}{n^2}$

Alors, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

a) $V_n = \frac{n+1}{n}$

b) $V_n = \frac{n(n+1)}{2n^2}$

c) $V_n = \frac{n^2+2}{2n}$

3) Si f est une rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$, Alors l'application fofo...of (2009 fois) est une rotation d'angle :

a) $\frac{\pi}{3}$

b) $\frac{2\pi}{3}$

c) $-\frac{\pi}{3}$

Exercice n°3:(6,5pts)

Soit ABCD un carré tel que $AB=4$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$. On construit

extérieurement à ce carré, le carré BEFG tel que $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BG}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$ et $BE=2$.

1) Faire une figure.

2) Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Déterminer $r(C)$ et $r(E)$, puis déduire que $(EC) \perp (AG)$.

b) Montrer, alors, que $(EG) \perp (AC)$.

3) **Question facultatif** : Pouvez vous donner une autre méthode pour montrer que $(EG) \perp (AC)$.

4) Soit H le point d'intersection de (EG) et (AC) et soit r' la rotation de centre H et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Quelle est la nature du triangle AHE? Justifier.

b) En déduire que $r'(A)=E$.

5) La droite (EG) coupe (AD) en un point M.

a) Déterminer $r'(AD)$ et $r'(EG)$ et déduire $r'(M)$.

b) Prouver alors que $H=M^*E$.

Voir suite au verso \Rightarrow

Exercice n°2: (5,5pts)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$. Et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Donner le domaine de définition de f .
- 2) Montrer que 2π est une période de f .
- 3) Montrer que le point $A(\frac{\pi}{2}, 0)$ est un centre de symétrie de (C).
- 4) En déduire qu'on peut réduire l'étude de f à l'intervalle $I = \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$.
- 5) a) Montrer que $f'(x) = \frac{-1}{1 + \sin x}$ pour tout $x \in I$.
b) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle I .
- 6) Tracer la partie de (C) relative à l'intervalle I .

Exercice n°4: (5pts)

Une urne contient trois jetons blancs numérotés 0,1,2; et deux jetons verts numérotés 0,1 tous indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard deux jetons de l'urne.

- 1) Calculer la probabilité des évènements:
A: "avoir deux jetons de même couleur"
B: "la somme des numéros des jetons qui restent dans l'urne est égale à 3".
- 2) On tire maintenant successivement et avec remise trois jetons de l'urne. Calculer la probabilité des évènements suivants :
C: "avoir un seul jeton vert"
D: "avoir une somme égale à 5"

Bon travail