L.S Bennane-Bodher *Année scolaire:2008/2009*

Devoir de synthèse n°2

Durée : 3heures

3eme Math *Mr: Bouhouch Ameur*

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision ont une grande importance…

Exercice n°1:(4pts)

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Laquelle?

1) Soit le nombre complexe j=$\frac{-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors la forme trigonométrique de j est égale à :

a) cos($\frac{\pi}{3}$)+i sin($\frac{\pi}{3}$) b) cos($\frac{2\pi}{3}$)+i sin($\frac{2\pi}{3}$) c) cos($\frac{\pi}{6}$)+i sin($\frac{\pi}{6}$).

2) L'ensemble des points M d'affixe z tels que:|z-1+2i|=3 est:

a) une droite b) un point c) un cercle

3) Si z= cos($\frac{\pi}{4}$)+i sin($\frac{\pi}{4}$) , alors z^{2008} est égal à :

a) 0 b) 1 c) i

4) Si A(x)=$\frac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}{1-\cos x}$ alors la limite en 0 de A est égale à:

a) 0 b) 2 c) 4

Exercice n°2 :(6pts)

Soit f la fonction définie par f(x)= $\frac{x^4-6x^2+1}{x^3-x}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Préciser l'ensemble D de définition de f.

2) Déterminer les réels a, b et c tels que:

f(x)= $x+\frac{a}{x}+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{x+1}$ pour tout $x\in$D.

3) a) Montrer que f est dérivable sur D et que f'(x)= $\frac{(x^2+1)^3}{(x^3-x)^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

4) a) Montrer que (Δ):y=x est une asymptote à (C) au voisinage de l'infini.

b) Déterminer les asymptotes verticales à la courbe (C).

5) Montrer que f est une fonction impaire.

6) On pose : $\alpha=1+\sqrt{2}$ et $\beta=1-\sqrt{2}$

a) Vérifier que α et β sont solution de l'équation f(x)=0.

b) En déduire toutes les solutions de l'équation f(x)=0.

7) a) Résoudre, dans D, l'équation f(x)=x .

Voir suite⇒

b) Déterminer les points d'intersections de (C) et (Δ).

c) Etudier la position relative de (C) et (Δ).

8) Tracer (C) et (Δ).

9) Soit k$\in$IR. Et P_k la fonction polynôme défini par: $P_k(x)= x^4-kx^3-6x^2+kx+1$.
Vérifier que l'équation $P_k(x)=0$ admet, quelque soit le réel k, quatre racines distinctes .

Exercice n°3:*(3pts)*

Soient les nombres complexes Z= $\sqrt{2}$ -i $\sqrt{6}$ et Z'=1+i

1) Donner la forme trigonométrique de Z et Z'.

2) a) Donner la forme trigonométrique de ZZ'.

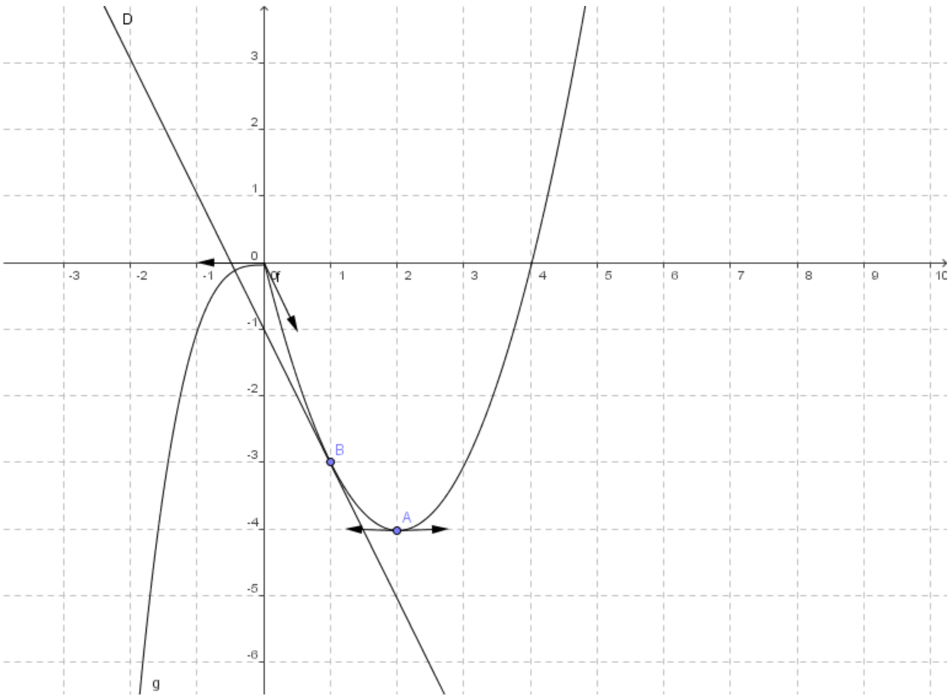
b) Déduire les valeurs exactes de cos($\frac{\pi}{12}$) et sin($\frac{\pi}{12}$) .

3) a) Donner la forme trigonométrique de $\frac{Z'}{Z}$.

b) Déduire les valeurs exactes de cos($\frac{7\pi}{12}$) et sin($\frac{7\pi}{12}$) .

Exercice n°4:*(4pts)*

Soit f une fonction définie par sa représentation graphique (C) suivante :



La droite (D) est la tangente à (C) au point B(1,-3);
Par une lecture graphique, répondre aux questions suivantes:

1) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) Calculer, en justifiant, $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$.

Voir suite$\Rightarrow$

3) Calculer f'(2) et f'(1).

4) Calculer $\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x)}{x}$.(expliquer) .

5) Dresser le tableau de variation de f .

6) Discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation f(x)=m .

Exercice n°5: *(3pts)*

Soit f(x)= sin(2x)+ $\sqrt{3}$ cos(2x) - $\sqrt{3}$; $x \in$IR .

1) Montrer que pour tout $x \in$IR, on a : f(x)=4sin(x).cos(x+ $\frac{\pi}{3}$) .

2) Résoudre dans IR, puis dans [0, 2π [, l'équation f(x)=0 .

3) Calculer f($-\frac{\pi}{4}$) et déduire la valeur exacte de cos($\frac{\pi}{12}$) .

BON TRAVAIL