Lycée Ali Bourguiba Bembla	*Mr: Yacoubi Hamda* *Mr: Chortani Atef*	**$3^{ème}$ Math 1 et2** **01-03-2010** **Durée : 3 h**

DEVOIR DE SYNTHÈSE N° : 02

Exercice 1 (3 points)

Dans chacune des questions suivantes il y a une seule réponse exacte, laquelle ?

1) Soit x un réel de l'intervalle $\left[0;\pi\right]$ tel que $\cos x = \frac{1}{3}$,alors sin(x+π)= :

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ c) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

2) L'ensemble des solutions de l'inéquation, $\cos x \leq \frac{1}{2}$ dans [0,2π] est :

a) $\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{3}\right]$ b) $\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right]$ c) $\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$

3) Soit f une fonction impaire dérivable sur ℝ tel que f'(2)=1 et f(2)=3 alors une équation cartésienne de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -2 est :

a) y=x+1 b) y=x-1 c) y=x

Exercice 2(6points)

Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant, on note φ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

x	$-\infty$		1		2		…		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	‖	−	0	+	
f(x)	….	↗	…	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	….	↗	…

1)a)Donner le domaine de définition de f.

b) Donner une équation de l'asymptote verticale φ.

2) On admet que $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$

a) Calculer f '(x) pour x≠2

b) Recopier et compléter le tableau de variation de f.

3)a)Montrer que la droite Δ : y=x-2 est une asymptote oblique à φ.

b) Etudier la position de φ par rapport à Δ.

4) Montrer que $\omega(2,0)$ est un centre de symétrie de φ.

5) Tracer φ dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\dfrac{x^2-6x+2|x-3|+11}{|x-3|+1}$

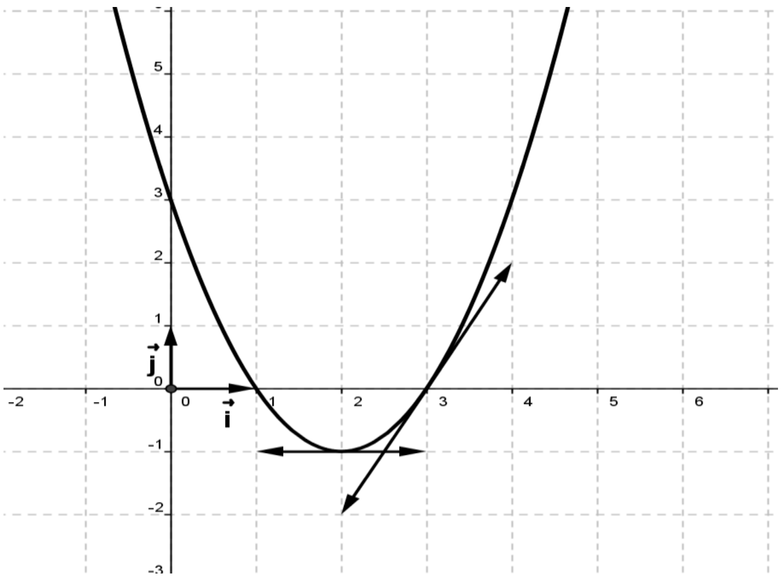
a) Montrer que la droite d'équation x=3 est un axe da symétrie de φ_g

b) Montrer que pout tout $x\in[3,+\infty[$, $g(x)=f(x)$.

c) En déduire la courbe de g.

Exercice3 (4 points)

La courbe φ ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ .on admet que φ admet deux branches paraboliques de direction l'axe de ordonnées au voisinage de l'infini



1) Déterminer graphiquement

a)f(2) ,f'(2), f(3) et f'(3)

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

c)Dresser le tableau de variation de f

d) Le singe de f sur $\mathbb{R}$

2) Soit g(x) =$\sqrt{f(x)}$

a)Déterminer le domaine de définition de g

b) Etudier la dérivabilité de g à gauche en 1 et à droite en 3 (on pourra remarquer que $\frac{\sqrt{f(x)}}{x-3} = \frac{1}{\sqrt{f(x)}} \frac{f(x)}{(x-3)}$). Interpréter graphiquement les résultats

c) Dresser le tableau de variation de g sur $]\infty,1] \cup [3,+\infty[$.

Exercice 4(3.5 points)

Le plan P est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$,on considère les points A, B et C d'affixe respective

$z_A=\sqrt{3}-i$ $z_B=1+i\sqrt{3}$ $z_C=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$

1) Donner la forme cartésienne des nombres complexes suivants ;

z_A+z_B ; $\frac{z_A}{z_B}$ et $(z_A+z_B)\,z_C$

2)a)Donner la forme Trigonométriques des nombres complexes z_A ,z_B et z_C

b) Justifier que O, A et C sont alignés.

c)Placer les points A , B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$

3)a)Déterminer l'affixe du point D tel que OBDC soit un parallélogramme

b) Déterminer la mesure dans [0,2π [de l'arc orienté $\widehat{AB}$

Exercice 5(3.5 points)

Le plan P est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$,on considère le point A d'affixe i.

A tout point M d'affixe $z \neq 0$, on associe le point M'(z') tel que $z' = \frac{z-i}{z}$

1) a)Déterminer et construire l'ensemble des point M tel que $|z'| = 1$

b) Déterminer l'ensemble des point M tel que z' soit réel

c) Déterminer l'ensemble des point M tel que z' soit imaginaire

2)a) Montrer que si M décrit la médiatrice du segment [OA] alors M' décrit un cercle que l'on précisera

b) ∗ Vérifier que $z' - 1 = \frac{-i}{z}$

∗ Déduire que si M décrit le cercle de centre O et de rayon 1 alors M' décrit un cercle que l'on précisera