

<u>Lycée Kheniss</u>	<u>Devoir de synthèse N°3</u>	<u>Prof : Mbarek Hedi</u>
<u>A.S 2007-2008</u>	<u>Mathématiques</u> <u>Durée : 3h</u>	<u>3^{ème} Maths</u> <u>Le 27/05/2008</u>

Exercice N°1

On dispose d'une urne U_1 et d'une urne U_2
L'urne U_1 contient 3 boules blanches et 4 boules rouges.
L'urne U_2 contient 4 boules blanches et 2 boules rouges.
Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

1) On considère l'épreuve suivante :

- On tire simultanément 3 boules de U_1 .

a) Quelle est la probabilité d'obtenir une seule boule blanche ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au plus 2 boules blanches ?

2) On considère l'épreuve suivante :

- on tire successivement sans remise 2 boules de U_2 .

a) Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules blanches ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche ?

3) On considère l'épreuve suivante :

- On tire simultanément 3 boules de U_1 puis on tire successivement sans remise 2 boules de U_2 .

a) Quelle est la probabilité d'obtenir 5 boules blanches ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche ?

EXERCICE N° 2

Le tableau suivant donne la charge maximale Y , en tonnes, qu'une grue peut lever pour une longueur X , en mètres, de la flèche.

X	9	10	12	14	16	18	20	22
Y	1.4	1.25	1	0.84	0.7	0.62	0.55	0.5

1) Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points associé à cette série statistique.

2) Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de chacune des variables X et Y .

3) Calculer la covariance de X et Y . Interpréter

4) En utilisant la méthode de Mayer, donner une équation de la droite d'ajustement de Y en X et la tracer.

5) Quel est la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 23 mètres ?

Exercice N°3 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $R = (o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points : $A(1, 1, 1)$, $B(0, 1, -1)$ et $C(-1, 0, 1)$ et le plan $P : x - z + 3 = 0$.

- 1) a) Calculer $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$ et en déduire que les points O, A et B déterminent un plan Q
b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan Q est : $2x - y - z = 0$.
- 2) a) Montrer que les plans P et Q sont sécants selon une droite Δ dont on déterminera une représentation paramétrique.
b) Calculer $d(C, \Delta)$
- 3) a) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre $I(1,0,1)$ et de rayon 1
b) Montrer que $S \cap Q$ est un cercle dont on précisera le centre ω et le rayon r.

EXERCICE N°4 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $R = (o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points $A(1, 2, -1)$ et $B(2, 1, 1)$

- 1) Trouver une équation du plan Q passant par A et perpendiculaire à la droite (AB)
- 2) Soit P_m le plan d'équation : $x + y + m - 3 = 0$, où m est paramètre réel.
 - a) Montrer que la droite (AB) est parallèle au plan P_m .
 - b) Pour quelle valeur de m la droite (AB) est-elle incluse dans le plan P_m ?
 - c) Montrer que le plan P_m est perpendiculaire au plan Q
- 3) Soit A' et B' les projetés orthogonaux de A et B sur le plan P_m
Déterminer les valeurs de m pour que $ABB'A'$ soit un carré.
- 4) On prend $m = 2\sqrt{3}$
 - a) Calculer la surface du quadrilatère $ABB'A'$.
 - b) Calculer la distance du point O au plan (ABB') .
 - c) En déduire le volume du pyramide $OABB'A'$.

EXERCICE N°5

Soit la suite U définie sur IN par
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2 - \frac{1}{U_n} \end{cases}$$

- 1/a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $U_n > 1$
b) Montrer que la suite U est décroissante
- 2/ Soit V la suite définie sur IN par : $V_n = 3 + \frac{1}{U_n - 1}$
 - a) Montrer que V est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme
 - b) Exprimer V_n en fonction n et en déduire que $U_n = \frac{n+2}{n+1}$
 - c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ et la somme $S = \sum_{k=1}^{50} V_k$