Lycée Ali Bourguiba Bembla Monastir	**DEVOIR DE SYNTHÈSE N° : 03**	*$3^{ème}$ Math1et 2* *31-05-2010* *3heures* *Yacoubi et Chortani*

Exercice 1(3points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse proposée est exacte.

L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie

Aucune justification n'est demandée.

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$;

1) Si A et B deux points distincts de ξ alors L'ensemble des points M de l'espace tel que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$ est :

a) le cercle de diamètre [AB]

b) La sphère de diamètre [AB]

c) La droite (AB)

2) Soit S la sphère de centre O et de rayon 2

Alors l'intersection de S et le plan dont une équation cartésienne est : $2x - 3y + z = 0$

a)L'ensemble vide
b) Le point O
c)Le cercle de centre O et de rayon 2

3) Pour Tout entier naturel n ; on pose $u_n=2^n+3^n$.

Alors u_n est divisible par 5

a)Pour Tout entier naturel n
b) Pour Tout entier naturel n pair
c)Pour Tout entier naturel n impair

Exercice 2(5points)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Soit $S = \{M(x, y, z) \in ξ: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0\}$

On considère les points $A(-2\,;0\,;0)$,$B(0\,;1\,;0)$ et $C(0\,;0\,;-1)$

1)Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre Ω et le rayon R

2)a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) En déduire qu'une équation cartésienne de plan (ABC) est $x - 2y + 2z + 2 = 0$

3) a)Montrer que Les points A, B, C et Ω ne sont pas coplanaires

b) Calculer le volume υ du tétraèdre Ω ABC

c) Calculer l'aire du triangle ABC ,en déduire la distance de point Ω au plan (ABC)

En déduire l'intersection de la sphère S et le plan (ABC) est un cercle dont on précisera le centre E et le rayon r

3) Soit M$(a, b, -1)$ un point de la sphère S où a et b sont deux réels et Q le plan dont une equation cartesienne est $(a-1)x+(b+2)y+z-a+2b+3=0$

a)Montrer que M appartint à Q

b) Montrer que S et Q sont tangents en M

Exercice 3 (4points)

On considère la suite $\begin{cases} u_n = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2+3u_n}{2+u_n} \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) Montrer par récurrence que pour tout n∈IN, on a : $0 \leq u_n \leq 2$

2) Montrer que (u_n) est une suite croissante.

3) Soit la suite v définie sur ℕ par $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$.

a) Montrer que v_n est une suite géométrique de raison q $= \dfrac{1}{4}$.

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

c) En déduire la limite de la suite (u_n).

4) Soit la suite w définie sur ℕ par $w_0 = 0$ et $w_{n+1} = w_n + v_n$ pour $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer $w_n = \dfrac{8}{3}\left(\left(\dfrac{1}{4}\right)^n - 1\right)$ pour $n \in \mathbb{N}$.

b) Calculer alors la limite de la suite (w_n)

Exercice 4(3points)

1) Montrer que pour tout entier naturel premier p≠3 ; on a p devise $(3^{p-1} - 1)$

2) Justifier que 1997 est un nombre premier, quel est alors le reste de la division euclidienne de 3^{1996} par 1997

3) On considère dans ℕ×ℕ (E): $17x - 2y = 2$

a) Vérifier que le couple (2,16) est une solution de (E)

b) résoudre alors dans ℕ×ℕ l'équation (E)

Exercice 5(5points)

Une urne contient 6 boules blanches et 4 boules noires, indiscernables au toucher.

Les boules blanches sont numérotées -1 ,-1,0,1,1, 1 et les boules noirs sont numérotées-1 ,0,1,1

On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne et considère les événements suivants

A:"Les 3 boules tirées sont de même couleur "

B:"Les 3 boules tirées sont de même numéro "

C:"Les 3 boules tirées sont de même numéro et de même couleurs "

1)a) Calculer p(A) ,p(B) et p(C).

b) En déduire que $p(A\cup B)=\frac{17}{60}$.

2) Déterminer les probabilités des événements

D :"Obtenir au moins une boule numéroté 1 "

E :"La somme de numéros inscrit sur les boules tirée est égale à 0 "

3) considère l'épreuve suivante qui consiste à tirer au hasard 2 boules de l'urne de la manière suivante:

On tire une première boule:

* Si elle porte le numéro 0, on ne la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule

* Si elle ne porte pas le numéro 0, on la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule et on considère les évènements:

M:"La première boule tirée porte le numéro 0"

N:"La deuxième boule tirée porte le numéro 1"

Calculer alors p(N) (Indication : utiliser un arbre de probabilité)