

EXERCICE 1 (4,5points)

Cocher la réponse exacte

1 Soit x un réel, $\sqrt{3} \cos x - \sin x$ est égal à :

- a) $\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ b) $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ c) $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

2 Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Soient A et B deux points de coordonnées polaires respectives :

 $\left[2, \frac{\pi}{6}\right]$ et $\left[\frac{1}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$. Une mesure de l'angle orienté $(\overline{OA}, \overline{OB})$ est :

- a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{3\pi}{2}$

3 L'ensemble des solutions de l'inéquation $0 \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$ sur $[0, 2\pi[$ est :

- a) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$ b) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ c) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$

4 (C) est la courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x}{x + \sqrt{1+x}}$$

La courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$:

- une branche infinie parabolique de direction celle de la droite (O, \vec{i})
 une branche infinie parabolique de direction celle de la droite (O, \vec{j})
 une asymptote

5 (C) est la courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) de la fonction f définie par :

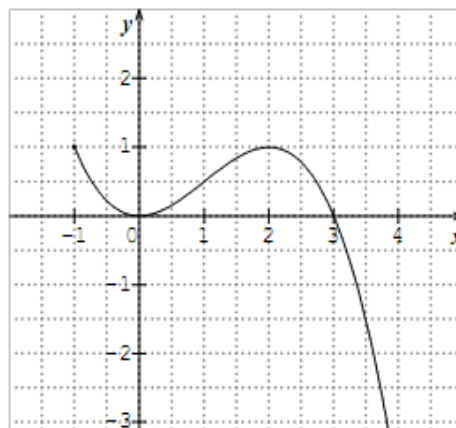
$$f(x) = (x-2)\sqrt{4-x^2}$$

La courbe (C) admet au point d'abscisse 2 une demi-tangente à gauche

- verticale
 horizontale
 de coefficient directeur 1

6 (C) est la courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) de la fonction dérivée f' d'une fonction f

- f admet deux extremums
 f est croissante sur $[-1, 2]$
 f est décroissante sur $[2, 4]$



EXERCICE 2 (8points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$; et on désigne par (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Montrer que la droite $(\Delta) : x=1$ est une asymptote verticale à (ζ) .
- 2) Calculer les limites de f au voisinage de l'infini.
- 3) a) Vérifier que $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1} \quad \forall x \neq 1$.
b) En déduire que la droite $(\Delta') : y = x + 2$ est une asymptote oblique à (ζ) au voisinage de $\pm\infty$
c) Etudier la position relative de (ζ) et (Δ') .
- 4) soit Ω le point d'intersection de (Δ) et (Δ') .
a) Déterminer les coordonnées Ω
b) Vérifier que Ω est un centre de symétrie de ζ
- 5) Tracer (ζ) , (Δ) et (Δ') .
- 6) Déduire la courbe de la fonction g définie par $g(x) = f(|x|)$.

EXERCICE 3 (8 points)

- 1/ Montrer que pour tout réel x , on a : $\sqrt{3} - \sqrt{3} \cos(2x) + \sin(2x) = 4 \sin x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
- 2/ On pose $A(x) = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3} \cos(2x) + \sin(2x)}{\sqrt{3} \cos(2x) + \sin(2x)}$
 - a) Déterminer l'ensemble D des réels x pour lesquels $A(x)$ existe.
 - b) Montrer que pour tout réel x de D , on a : $A(x) = \frac{\sin x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$
 - c) Calculer $A\left(\frac{5\pi}{12}\right)$. En déduire la valeur de $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$
- 3/ a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $A(x) = 1$
b) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi, \pi]$ l'inéquation : $A(x) < 0$.