<u>Exercice 4</u> (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1}, & x < 0 \\ -x^3 + 3x + 3, & x \geq 0 \end{cases}$$

(C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1) Etudier la continuité de f à droite et à gauche en 1

2) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 1

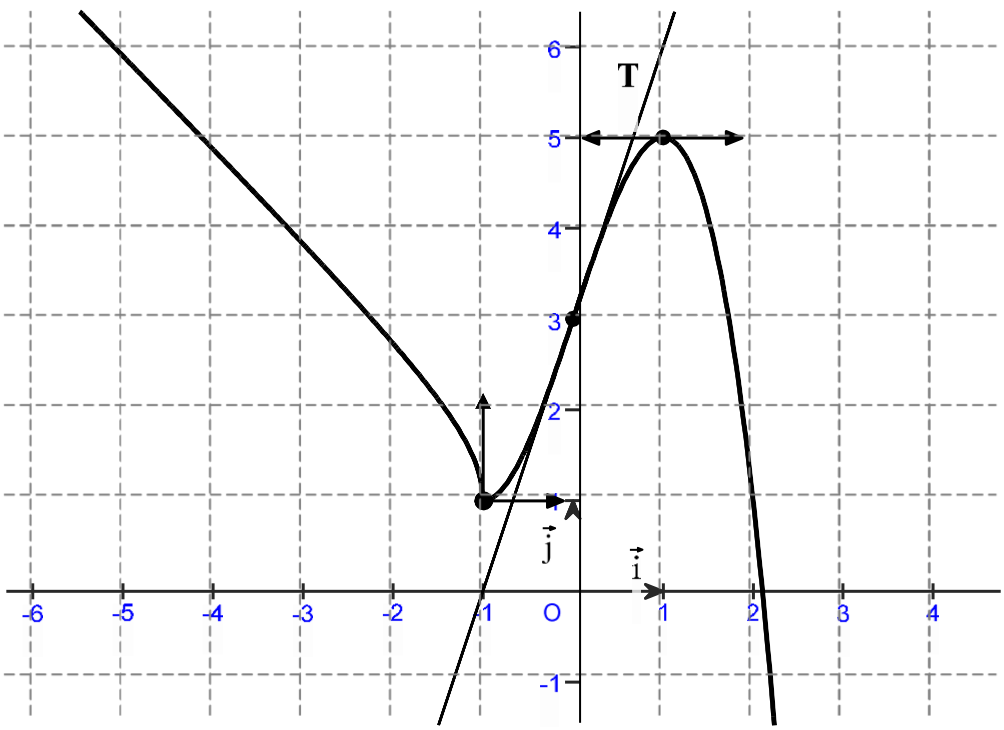
b) Interpréter graphiquement le résultat

3) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ et calculer *f'(x)*

4) Montrer que le point $I\,(0,3)$ est un point d'inflexion de (C)

5) Ecrire une équation de la tangente à (C) au point I

6) Montrer que l'équation *f(x)=0* admet une solutionα dans]2,3[



Exercice n°3(6,5 points)

❶-Soit $f(x)=\sin 2x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

a) Calculer $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$; $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ et $f(x+k\pi)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$, $k\in\mathbb{Z}$.

b) Montrer que $f(x)=2\cos\left(x-\dfrac{5\pi}{6}\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-x\right)$

❷Soit $g(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$

a) Calculer $g(0)$ et $g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

b) Montrer que $g(x)=2\cos\left(x-\dfrac{5\pi}{6}\right)$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $g(x)=0$

❸ Soit $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$, Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.

a) Montrer que pour tout $x\in D_f$: $h(x)=-\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi,\pi]$, l'équation $h(x)=\dfrac{1}{2}$