Exercices sur les suites

Exercice 1 : (23G) Etudier le sens de variation de la suite U définie par : $U_n = |n+5| - 2$.

Exercice 2 : (26G) Etudier les variations de la suite U définie par $U_n = \dfrac{2^n}{n\,!}$.

Exercice 3 : (37G) La suite U est définie par Uo = 2 et, pour n dans IN, $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{n\,!}$. Montrer par récurrence que les termes de la suite sont strictement positifs. Etudier les variations de la suite.

Exercice 4 : (38G) Soit la suite U définie par Uo = 4 et pour n dans IN, $U_{n+1} = 3 + \dfrac{1}{2}U_n$. Montrer par récurrence que tous les termes de la suite sont strictement inférieurs à 6. Etudier le sens de variation de cette suite.

Exercice 5 : (47G) Soit la suite U définie par Uo = 2 et pour tout n dans IN, $U_{n+1} = \dfrac{U_n + 3}{U_n + 2}$ .Montrer que la suite est bornée par 1 et 2.

Exercice 6 : (88G) On considère la suite $(U_n)_{n\in IN}$ définie par : Uo = 3 et $U_{n+1} = \dfrac{U_n + 8}{U_n + 3}$.

1) Calculer U_1 et U_2.

2) Montrer que pour tout n dans IN, $\dfrac{11}{6} \leq U_n \leq 3$.

On considère la suite $(V_n)_{n\in IN}$ définie par $V_n = \dfrac{U_n - 2}{U_n + 4}$.

3) Montrer que la suite V est géométrique.
4) Exprimer V_n en fonction de n.
5) Déterminer la limite de la suite V.
6) Exprimer U_n en fonction de V_n.
7) Déterminer la limite de la suite U.

Exercice 7

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.

On considère la suite (U_n) définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{1}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$; $n \in IN$

1) Montrer que la suite (U_n) est minorée par 0.5 et majorée par 1.

2) a) Montrer que $\forall n \in IN,\ 0 < 1 - U_{n+1} \leq \dfrac{2}{5}(1 - U_n)$.

b) Démontrer alors, par récurrence que: $\forall n \in IN,\ 0 < 1 - U_n \leq \dfrac{1}{2} \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^n$.

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente puis déterminer sa limite.

3) On pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} U_k$; $V_n = \dfrac{S_n}{n}$ et $W_n = \dfrac{S_n}{\sqrt{n}}$; $n \in IN^*$.

a) Montrer que : $\forall n \in IN,\ n - \dfrac{1}{3}\left(1 - \left(\dfrac{2}{5}\right)^n\right) \leq S_n < n$.

b) Déterminer alors les limites des suites (V_n) et (W_n).

Exercices sur les suites

Exercice 1 : (23G) Etudier le sens de variation de la suite U définie par : $U_n = |n+5| - 2$.

Exercice 2 : (26G) Etudier les variations de la suite U définie par $U_n = \dfrac{2^n}{n\,!}$.

Exercice 3 : (37G) La suite U est définie par $U_0 = 2$ et, pour n dans IN, $U_{n+1} = \frac{U_n}{n\,!}$. Montrer par récurrence que les termes de la suite sont strictement positifs. Etudier les variations de la suite.

Exercice 4 : (38G) Soit la suite U définie par $U_0 = 4$ et pour n dans IN, $U_{n+1} = 3 + \frac{1}{2}U_n$. Montrer par récurrence que tous les termes de la suite sont strictement inférieurs à 6. Etudier le sens de variation de cette suite.

Exercice 5 : (47G) Soit la suite U définie par $U_0 = 2$ et pour tout n dans IN, $U_{n+1} = \frac{U_n + 3}{U_n + 2}$ .Montrer que la suite est bornée par 1 et 2.

Exercice 6 : (88G) On considère la suite $(U_n)_{n\in IN}$ définie par : $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \frac{U_n + 8}{U_n + 3}$.

1) Calculer U_1 et U_2.

2) Montrer que pour tout n dans IN, $\frac{11}{6} \leq U_n \leq 3$.

On considère la suite $(V_n)_{n\in IN}$ définie par $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 4}$.

3) Montrer que la suite V est géométrique.
4) Exprimer V_n en fonction de n.
5) Déterminer la limite de la suite V.
6) Exprimer U_n en fonction de V_n.
7) Déterminer la limite de la suite U.