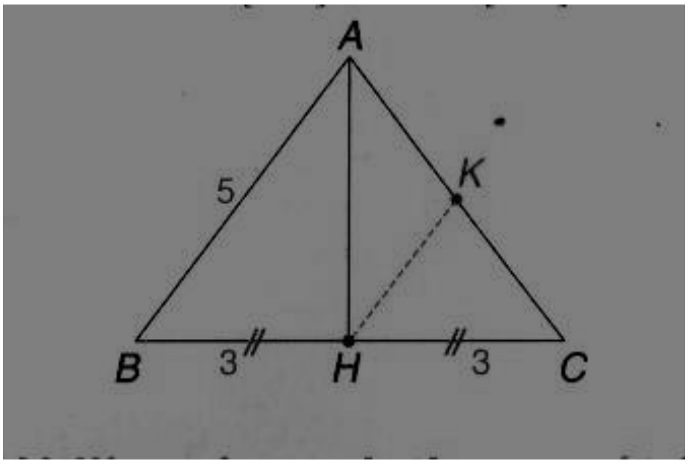
Lycée Ali Belhouen Classe : 3 ème Maths	**DEVOIR DE SYNTHÈSE 1** *Mathématique*	Mr : Yahmadi Rafik Durée : 2h - Décembre 2010

Exercice 1 : Q-C-M (4 points)

ABC est un triangle isocèle en A tel que AB = 5 et BC = 6. H est le milieu de [BC] et K est le milieu de [AC].Pour chacune des questions posées, reconnaitre l'affirmation exacte.



1) Une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{KH}\right)$ est :

   π , 0 , $\dfrac{\pi}{2}$

2) La mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{HA};\overrightarrow{HC}\right)$ est :

   $\dfrac{\pi}{2}$, $-\dfrac{\pi}{2}$, $\dfrac{3\pi}{2}$

3) $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{HC}=$

   21, 27 , 9

4) L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MH}\,.\overrightarrow{CB} = -18$ est :

   Une droite passant par B , Une droite passant par C , Une droite passant par A.

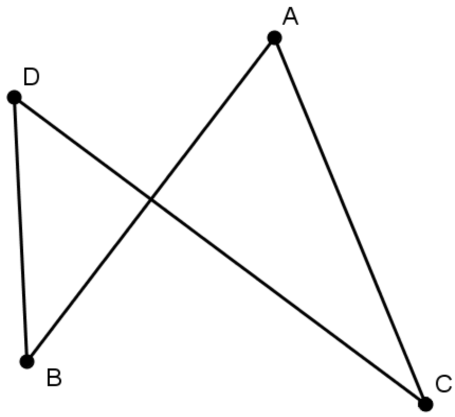
Exercice 2 : (3 points)

Dans le repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, on considère le point M de coordonnées $\left(2\sqrt{3};2\right)$.

1) Déterminer les coordonnées polaires de M.
2) On considère le point N tel que : ON = $\dfrac{1}{2}$ OM et $\left(\widehat{\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}}\right)\equiv\dfrac{3\pi}{4}[2\pi]$.

   Déterminer les coordonnées polaires de N.
3) Calculer $\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{3\pi}{4}$ puis à l'aide des formules de transformation calculer les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$.

Exercice 3 : (4 points)



Dans la figure ci contre on a : $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}}\right)\equiv\frac{-2\pi}{3}-\ 17\pi\ [2\pi]$,

$\left(\widehat{\overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{DC}}\right)\equiv\frac{49\pi}{3}[2\pi]$ et (CD) la médiatrice de [AB].

1) a) Déterminer la mesure principale de chacun des angles $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ et $(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC})$.

   b) En déduire que ABC est un triangle équilatéral .

2) a) Montrer que : $\left(\widehat{\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{AB}}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

   b) En déduire que (AD) $\perp$ (AC) .

   c) Montrer que les points A ,B ,C et D appartiennent à un même cercle ζ dont on précisera le centre.

3) Reproduire la figure sur votre copie puis déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que : $\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\ \overrightarrow{MB}}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

Exercice 4 : (4 points)

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{2-x}-1}{x-x^2} & \text{si } x<1 \\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{8(\sqrt{x}-1)} & \text{si } x>1 \\ f(1)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2) a) Vérifier que pour tout x∈]1 ; + ∞ [on a $f(x)=\dfrac{(\sqrt{x}+1)(x+1)}{8}$

   b) Etudier la continuité de f à droite et à gauche de 1.

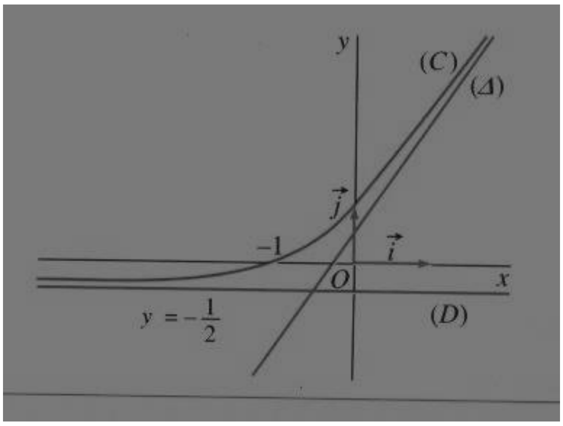
3) Justifier que f est continue sur chacun des intervalles] $-\infty$; 0 [et] 0 ; + ∞[.

4) La fonction f est-elle prolongeable par continuité en 0 ? Justifier.

Exercice 5 : (5 points)

Dans le graphique ci-contre (C) désigne la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé.

La droite D : y = $-\dfrac{1}{2}$ est une asymptote horizontale à la courbe(C) au voisinage de $-\infty$. La droite Δ : y = 2x + $\dfrac{1}{2}$ est une asymptote oblique à la courbe (C) au voisinage de +∞.



I) Par une lecture graphique.

1) Déterminer le signe de f(x).
2) Déterminer le sens de variations de f.
3) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(2x+\dfrac{1}{2}\right)\right]$

II) On admet que la fonction f est définie sur IR par $f(x)=x+\sqrt{x^2+x+1}$.

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) a) Vérifier que pour tout x strictement négatif : $f(x)=\dfrac{-\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{1+\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}$

   b) En déduire la limite de f en $-\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

3) Soit g(x) = f(x) – (2x + $\dfrac{1}{2}$).

   a) Vérifier que $g(x)=\dfrac{3}{4(\sqrt{x^2+x+1}+x+\frac{1}{2})}$.

   b) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.