Devoir de synthèse n°3 Année Scolaire 1998 - 1999 2ème Année.

Exercice n° 1 :

On donne les fonctions f et g définies par $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ et $g(x) = \frac{2}{x}$.

1)Etudier les fonctions f et g et tracer dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ C_f et C_g.

2) On donne $h(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x + 1$.

a) Vérifier que $h(x) = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 2$.

b) Tracer à partir de C_f la représentation graphique C_h . En déduire le tableau des variations de h.

3) On donne $k(x) = \frac{2x+6}{x+2}$.

a) Montrer que $k(x) = 2 + \frac{2}{x+2}$.

b) Tracer à partir de C_g la représentation graphique de k puis donner le tableau de variation de k.

c) Résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{1}{x+2} \leq -1$.

4) On pose $l(x) = \frac{2|x|+6}{|x|+2}$.

a) Montrer que l est paire.

b) Comparer l(x) et k(x) lorsque x est un réel positif puis tracer C_l .En déduire le tableau des variations de l .

Exercice n° 2 :

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on donne les points A(-2,0) ,B(3,0) , $C(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ et D(-1,-2) .

1) a) Montrer que ABD et ABC sont deux triangles rectangles.

b) En déduire que A,B,C et D sont des points d'un même cercle $\mathscr{C}$.

Préciser le centre K et le rayon R de $\mathscr{C}$.

c) Ecrire l'équation cartésienne de $\mathscr{C}$.

2) a) Ecrire les équations cartésiennes des droites (BC) ,(AD),(AC) et (BD).

b) On pose $\{I\} = (BC) \cap (AD)$ et $\{J\} = (AC) \cap (BD)$. Déterminer les coordonnées des points I et J puis montrer que $(IJ) \perp (AB)$.

c) Faites un dessin .Retrouver le résultat de b) géométriquement.

3) Soit $\Delta_m : 3x + 4y + m = 0$; $m \in \mathbb{R}$.

a) Calculer $d(K, \Delta_m)$.

b) En déduire les valeurs de m pour lesquelles Δ_m est tangents à $\mathscr{C}$

4) Déterminer une équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}' = h_{(A,2)}(\mathscr{C})$.

Exercice n° 3 :

1) Soit $x \in [0, \pi]$.Calculer cosx et sinx dans les cas suivants :

a) tgx = 3   b) cotgx = -4.

2) Résoudre dans $[0,\pi]$ l'équation $2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$.

3) Résoudre dans l'équation $x^2 - 2x - tg^2 x = 0$, $x \in [0, \frac{\pi}{2}[$.