

Exercice 1 : (3 points) Cocher la bonne réponse :

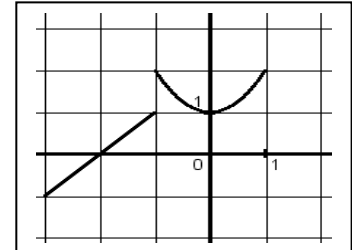
1) la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{3x}{1+|x|}$ est : paire impaire ni paire ni impaire

2) l'ensemble de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{|x-1|}$ est : $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ $]-\infty, 1]$ \mathbb{R}

3) Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

ζ_f la courbe représentative de la fonction f .

f est continue : en -1 à droite en (-1) à gauche en (-1)



Exercice 2 : (4points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x-1)^2$

1) Justifier la continuité de f sur \mathbb{R} .

2) tracer ζ_f la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

3) a/Quelle sont les images par f des intervalles $[2, +\infty[$, $[0, 3]$ et $]-\infty, 0[$.

b/ Déterminer l'ensemble des antécédents par f des réels de l'intervalle $[1, +\infty[$

4) Soit $g(x) = x^3$. Montrer que $g(x)=f(x)$ admet une solution unique dans $[0, 1]$.

Exercice 3 : (3points)

1) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

a/ Déterminera le domaine de définition de f

b/ peut-on trouver un prolongement de f par continuité en 1.

2) Soit $g(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1}$.

a/ Déterminera le domaine de définition de g et montrer que pour tout $x \in D_g$:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3} + 2}$$

b/ En déduire $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

Exercice 4: (5 points)

Soient A et B deux points du plan tels que : $AB=4$ et I le milieu de $[AB]$.

1) Construire le point C tel que ABC soit rectangle en C.

2) Montrer que $\forall M \in \text{plan} : MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$

3) a/ soit J le point défini par : $\vec{JA} + \vec{JB} + 2\vec{JC} = \vec{0}$.

Montrer que J est le milieu de segment $[CI]$.

b/ Montrer que $\forall M \in \text{plan} : MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 4MJ^2 + \frac{3}{4}AB^2$

c/ Déterminer l'ensemble $E = \{M \in \text{plan} / MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 28\}$

4) a/ Montrer que $\forall M \in \text{plan} : MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = CA^2 + CB^2 + 4\vec{MC} \cdot \vec{CI}$

b/ Déterminer et construire l'ensemble $\{M \in \text{plan} / MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = 8\}$

Exercice 5: (5 points)

Dans le plan orienté on considère un triangle ABC, non rectangle de sens direct.
A l'extérieur du triangle on trace les carrés AQP_B et AC_RS. Soit I le milieu de [BC]

1) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AQ}$

2) a/ Montrer que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$

b/ Montrer que : $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{QS} = 0$. Que représente (AI) pour le triangle ASQ.

3) On appelle ζ_1 et ζ_2 les cercles circonscrit aux carrés AQP_B et AC_RS. Les cercles ζ_1 et ζ_2 se coupent en A et en un second point A'

a/ Comparer $(\widehat{A'B}, \widehat{A'A})$ et $(\widehat{PB}, \widehat{PA})$ puis comparer $(\widehat{A'A}, \widehat{A'C})$ et $(\widehat{SA}, \widehat{SC})$

b/ Montrer que A' est sur le cercle de diamètre [BC].

Bonne chance