**SOUID.N** **SERIE N°6** **3.Math**

## *Exercice N° 1*

***Etudier les limites suivantes***

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x^2-3x+2}$ ; $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x-6}{x^3-8}$ ; $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{4x^2+x}-x$

$\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{4x^2+x}+2x$ ; $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+1}}{x^2-\sqrt{x^2+1}}$ ; $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{3-\sqrt{x}}{x^2-81}$

## *Exercice N° 2*

***1) Soit m $\in\mathbb{R}$ , Etudier la suivant m les limites éventuelles en $+\infty$ , $-\infty$ et en 1 de la fonction***

$f_m(x) = \dfrac{m^2x^2+(m+1)x+m}{x-1}$

***2)Soit m $\in\mathbb{R}$ , Etudier la suivant m les limites éventuelles en $+\infty$ et $-\infty$ de la fonction***

$$f_m(x) = \sqrt{4x^2+x+1}+mx+1$$

## *Exercice N° 3*

***Soit f la fonction définie sur*** $\mathbb{R}$ ***par*** $f(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

**et *Cf* sa courbe représentative dans un repère orthonormé** $(O,\vec{i},\vec{j})$

**1)** ***Etudier les limites en $\pm\infty$ de f.***

**2)** ***Interpréter***

## *Exercice N° 4*

***Soit la fonction f définie sur P par :***

$$f(x)=\frac{-x^3+5x}{x^2+3}$$

**Soit C la courbe représentative de f, dans un repère orthonormé** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **.**

**1)** ***a) Déterminer les réels a et b tels que, pour tout x de P :***

$$f(x)=ax+\frac{bx}{x^2+3}$$

***b) Montrer que f est impaire.***

**2)** ***Soit D la droite d'équation $y = = -x$.***

***a) Montrer que D est asymptote à (C).***

***b) Étudier la position relative de la courbe (C) et de la droite D.***

## *Exercice N° 5*

**1)** ***Soit*** $f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$ .

***Trouver les réels a , b et c tels que***

$f(1) = 0$ , $f(-1) = \sqrt{8}$ ***et*** $f(4) = \sqrt{3}$ .

**2)** ***On donne par la suite***

$a = 1, b = -4$ ***et*** $c = 3$

***a) Montrer que*** $D_f = ]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[$.

***b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 2$ est une asymptote à (Cf) au voisinage de $+\infty$.***

***c) Étudier les positions relatives de (Cf) et (D).***

## Exercice N° 6

**1/ Calculer** : $\cos(\frac{5\pi}{3})$ ; $\cos(\frac{51\pi}{4})$ ; $\sin(\pi+\frac{\pi}{6})$ ; $\sin(-\frac{73\pi}{3})$ ; $\tan(\pi-\frac{\pi}{3})$

**2/ Montrer que** : $\cos(\pi+x)+\cos(\pi-x)+\cos(x)+\cos(-x)=0$

**3/Soit** $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, tel que $\cos x=\frac{2}{5}$ **. Calculer sin x et tan x puis sin 2x et cos 2x**

**4/ Soit x, tel que** $\cos x=\frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$ **. Calculer cos 2x et en déduire x tel que** $x\in\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$

## Exercice N°7

**Soient** $A(x)=\cos^2 x+\cos^2(x+\frac{2\pi}{3})+\cos^2(x-\frac{2\pi}{3})$ et $B(x)=\sin^2 x+\sin^2(x+\frac{2\pi}{3})+\sin^2(x-\frac{2\pi}{3})$

**1/ Calculer $A(x)+B(x)$ et $A(x)-B(x)$**

**2/ En déduire $A(x)$ et $B(x)$**

**3/ Montrer que pour tout réel $x$ on a :**

***a/*** $\sin(\pi-x)+2\cos(x-\frac{\pi}{2})+\cos(\frac{\pi}{2}+x)+2\sin(-x)=0$

***b/*** $\sin(\pi+x)+\cos(\pi+x)+\cos(-x)+\sin(-x)+2\sin(\pi-x)=0$

## Exercice N° 8

**1/ Soit $f(x)=\sin(2x)-\cos(2x)+1$**

***a)* Calculer** $f(\frac{5\Pi}{8})$ ; $f(\frac{49\Pi}{6})$ .

***b)* Montrer que pour tout x de R** , $f(x)=2\sqrt{2}\sin(x).\cos(x-\frac{\Pi}{4})$ .

***c)* En déduire la valeur de** $\sin(\frac{\Pi}{12})$ .

**2/ Soit** $g(x)=2\sin(x+\frac{\Pi}{4})\cos(x-\frac{\Pi}{4})$

**Montrer que** $g(x)=1+\sin(2x)$ .

**3/ Soit x un réel tel que** $f(x)\neq 0$ **et soit** $h(x)=\frac{1+\sin(2x)}{1-\cos(2x)+\sin(2x)}$ .

***a)* Simplifier** $h(x)$ .

***b)* Déduire que** $tg(\frac{\Pi}{8})=\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ .

## Exercice N° 9

**I − 1/ Résoudre dans IR :** ***a)*** $2\cos x=\sqrt{2}$ ; ***b)*** $-2\sin(\frac{\pi}{4}-3x)=3$

**2/Résoudre dans** $[0,2\pi[$ : $2\sin x\leq 1$

**II − 1/ Montrer que** : $2\sqrt{3}\cos(\frac{7\pi}{6}+2x)=-3\cos(2x)+\sqrt{3}\sin(2x)$

**2/ Soit** $A(x)=-2\cos^2 x+4\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x.\cos x$

**Montrer que** : $A(x)=-3\cos(2x)+\sqrt{3}\sin(2x)+1$

**3/ Résoudre dans IR** : $A(x)=1+\sqrt{6}$