Lycée : sahline

Prof : Souid.Najeh
Classe :3 ème Math

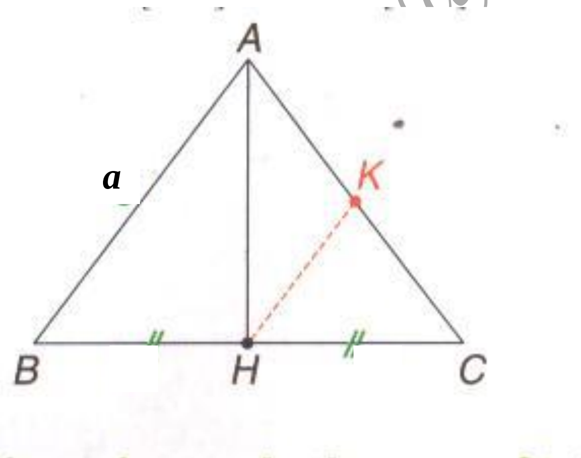
DEVOIR DE CONTROLE N° 1

Durée : 2 heures

Exercice 1 : Q-C-M (4 points)

ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = \boldsymbol{a}$ et $BC = \boldsymbol{b}$. H est le milieu de [BC] et K est le milieu de [AC].

Pour chacune des questions posées, reconnaitre l'affirmation exacte.



1) $\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{AB} =$

[a] $-\dfrac{a^2}{2}$ [b] $\dfrac{a^2}{2}$ [c] 0

2) $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{CB} =$:

[a] $\vec{0}$ [b] 0 [c] $\dfrac{ab}{2}$

3) $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{HB}.\overrightarrow{HC} =$:

[a] $\frac{a^2}{4}$ [b] $a^2 + b^2$ [c] $\frac{b^2}{4}$

4) L'ensemble des points M tels que $MB^2 - MC^2 = -b^2$ est :

[a] Une droite passant par B [b] Une droite passant par C. [c] Une droite passant par A.

Exercice 2 (6 points)

Dans le plan P ; on considère un triangle ABC tel que : AB= 4 ; AC=5 et BC= 6(unité :cm).
On pose : I= A $*$ B

1) a) Montrer que $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\,\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) Calculer alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

2) Soit l'ensemble $(\xi)=\{M \in P \; ; MA^2 + MB^2 = 61\}$

a) Vérifier que $C \in (\xi)$.

b) Déterminer et construire l'ensemble (ξ).

3) Soit $(\Delta)=\{ M \in P \; ; MA^2 - MB^2 = -11\}$

a) Vérifier que $C \in (\Delta)$.

b) Montrer que $M \in (\Delta)$ signifie $2\,\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MI} = -11$.

c) Déduire que $M \in (\Delta)$ signifie $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MC} = 0$

d) Déterminer alors et construire l'ensemble (Δ).

4) (Δ) recoupe (ξ) en C'. Montrer que le triangle ACC' est isocèle.

Exercice 3 : (5 points)

I) Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x^2-2x}$

1) a)Montrer que le domaine de définition de f est $[1, +\infty[\setminus \{2\}$.

b) Etudier la continuité de f sur son domaine de définition.

2) Montrer que f est prolongeable par continuité en 2 .

II) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par $g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x(\sqrt{x-1}+1)} & \text{si } x \geq 1 \\ \dfrac{-x^2+4x-3}{x^2-1} & \text{si } x<1 \end{cases}$

1) Etudier la continuité de g en 1

2)Montrer que g est continue sur$\mathbb{R}\backslash\{-1\}$

3) a) Montrer que l'équation $g(x)=2$ admet une solution $\alpha \in]0;1[$.

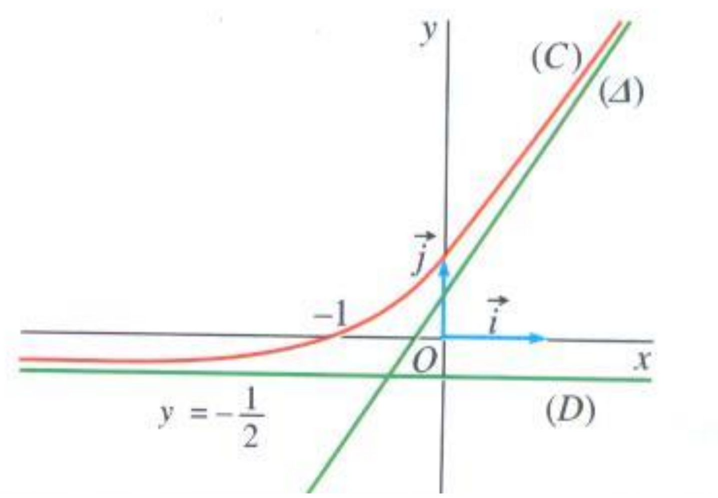
b) Donner un encadrement de α d'amplitude 0,5.

Exercice 4 : (5 points)

(C) désigne la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé.

*La droite D : y = $-\dfrac{1}{2}$ est une asymptote horizontale à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$.

*La droite Δ : y = 2x + $\dfrac{1}{2}$ est une asymptote oblique à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.



I) Par une lecture graphique.

1) Déterminer le signe de f(x).

2) Déterminer le sens de variations de f.

3) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(2x+\dfrac{1}{2}\right)\right]$

II) On admet que la fonction f est définie sur IR $f(x)=x+\sqrt{x^2+x+1}$.

1)Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) a) Vérifier que pour tout x strictement négatif : $f(x)=\dfrac{-\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{1+\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}$

b) En déduire la limite de f en $-\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

Bon Travail