Lycée Ali Belhouen	DEVOIR DE CONTROLE 1	Mr : Yahmadi Rafik
Classe : 3 ème Maths	Mathématique	Durée : 2h - Novembre 2010

Exercice 1:(4points)

Une seule réponse est correcte, indiquer la lettre correspondante à la réponse choisie dans chaque question

1) Si f est une fonction continue et décroissante sur [1 ,4] tel que f ([1,4]) = [2 ,5] alors :
   a) $f(1)=2 \; et \; f(4)=5$ b) $f(1)=5 \; et \; f(4)=2$ c) $2<f(1)<5$

2) Si f est une fonction continue sur [-1 ,3] et non monotone tels que $f(-1)=2{,}5 \; et \; f(3)=-2{,}1$, alors l'équation $f(x)=0$
   a) $n'admet\ pas\ de\ solution\ dans [-1,3]$ b) $admet\ une\ unique\ solution\ dans [-1,3]$ c) $admet\ au\ moins\ une\ solution\ dans [-1,3]$

3) La fonction définie sur IR par $f(x)=2-\dfrac{1}{x^2+1}$
   a) n'est pas majorée b) n'est pas minorée c) est bornée

4) La fonction partie entière $x \to E(x)$ est continue sur
   a) $[2\,,3[$ b) $]2\,,3]$ c) $[2\,,3]$

Exercice 2 (5 points)

Soit la fonction f définie sur IR par $\begin{cases} f(x)=1+\sqrt{x+2} & \text{si} \quad x>-2 \\ f(x)=\dfrac{2x+4}{x+1} & \text{si} \quad x\leq -2 \end{cases}$

1) Tracer (ζ) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé **.**
2) a) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles$]-\infty,-2]$ et $]-2,+\infty[$.
   b) f est elle continue sur IR ? Justifier graphiquement.

3) Déterminer graphiquement f ([–2, 2]) et f ([–3, 2]).

4) Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty\,,-2]$.
   a) Vérifier que pour tout $x \in \,]-\infty\,,-2]$; $g(x) = 2 + \dfrac{2}{x+1}$.
   b) Montrer que g est décroissante sur $]-\infty,-2]$.
   c) En déduire que g est bornée sur $]-\infty,-2]$.

Exercice 3: (4points)

Soient A et B deux points du plan tels que : AB=4 et I le milieu de [AB].

1) Construire le point C tel que ABC soit rectangle en C.

2) Montrer que $\forall$ M$\in$plan : $MA^2+MB^2=2MI^2+\dfrac{AB^2}{2}$

3) a/ soit J le point défini par : $\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$.

Montrer que J est le milieu de segment [CI].

b/ Montrer que $\forall$ M$\in$plan : $MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 4MJ^2 + \frac{3}{4}AB^2$

c- Déterminer l'ensemble $E = \{M \in plan \,/\, MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 28\}$

Exercice 4: (3 points)

Dans le plan orienté dans le sens direct soit A, B et D trois points tel que AD = 5 et AB = 6.

On suppose que $(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}}) \equiv \frac{13\pi}{3} [2\pi]$

1- a- Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})$.

b- Calculer dét$(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})$.

2- Construire l'ensemble des points M du plan vérifiant $(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{13\pi}{3} [2\pi]$

Exercice 5: (4 points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle en A de sens direct et Γ son cercle circonscrit.

Soit M un point de l'arc BC distinct de A, B et C

On note H et K les projetés orthogonaux de M respectivement sur (BC) et (AC)

1)a) justifier que H et K appartiennent au cercle ζ de diamètre [CM]

b) montrer que $(\widehat{\overrightarrow{KH}, \overrightarrow{KM}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CM}}) [2\pi]$

c) en déduire que $(\widehat{\overrightarrow{KH}, \overrightarrow{KM}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}}) [2\pi]$

2) le cercle ζ' de diamètre [AM] recoupe (AB) en L, montrer que $(\widehat{\overrightarrow{KM}, \overrightarrow{KL}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}}) [2\pi]$

3) montrer alors que les points H, K et L sont alignés.