Lycée Ali Belhouen -Béja - Classe : 3 ème Maths	DEVOIR DE SYNTHÈSE 2 Mathématique	Mr : Yahmadi Rafik Durée : 3h - Mai 2011

Exercice 1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

1) Si A et B deux points distincts de ξ alors L'ensemble des points M de l'espace tel que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$ est le cercle de diamètre [AB]
2) Le nombre d'anagramme qu'on peut former avec le mot "VICTOIRE" est: 20160 .
3) Si une suite est bornée alors elle est convergente .
4) Toute série statistique double possède au moins un ajustement affine

Exercice 2 (3.5 points)

Une banque a enregistré les nombres de retraits opérés dans un guichet automatique pendant une journée.

Le tableau suivant donne les montants (en DT) des retraits et leurs effectifs :

Montant en DT : x_i	40	35	30	25	20	15	10	5
Effectifs de retraits : y_i	19	20	17	11	13	16	7	2

1) a) Construire, dans un repère orthogonal, le nuage des points représentant cette série statistique.

   b) Quelle particularité peut -on remarquer au sujet de la forme du nuage ?

2) On partage l'ensemble des points du nuage en deux parties. La première partie P_1 correspond aux retraits inférieurs ou égaux a 20 DT et la deuxième partie P_2 correspond aux autres retraits.

   b) Déterminer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 respectifs des parties P_1 et P_2 .

   c) Donner une équation cartésienne de la droite D passant par les points moyens G_1 et G_2 .

   d) Quel nombre de retraits de 50 DT peut-on prévoir en une journée ?

Exercice 3 (4 points)

On donne la suite (U_n) définie sur N par : $\begin{cases} U_0 = 12 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + 5 \end{cases}$

1) a) Montrer par récurrence que pour tout n ϵ N on a : $U_n \geq \frac{15}{2}$

b) Montrer que la suite U est décroissante .

2) Soit la suite V définie par $V_n = U_n - \frac{15}{2}$

a) Montrer que V est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

d) Exprimer $S = \sum_{k=0}^{n} V_k$ puis $S' = \sum_{k=0}^{n} U_k$ en fonction de n.

e) Déterminer l'entier N à partir du quel : $U_n - \frac{15}{2} \leq \frac{1}{54}$

Exercice 4 : (5.5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On donne les points A(1,1,0) , B(1,-1,1) et C(0,1,1) et soit le plan P : x + 2y – 2z + 1 =0.

1) Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et en déduire que les points A , B et C ne sont pas alignés

2) Montrer qu'une équation du plan Q passant par les points A , B et C est : 2x + y + 2z -3 =0.

   a) Montrer que les plans P et Q sont perpendiculaires.

   b) Donner une représentation paramétrique de la droite D intersection des plans P et Q.

3) Soit le point I(2,1,1)

   a) Montrer que les points I , A, B et C ne sont pas coplanaires .

   a) Calculer le volume du tétraèdre IABC .

   b) Calculer la distance de I à Q et en déduire l'aire du triangle ABC.

4) Soit l'ensemble S des points M(x, y, z) de l'espace vérifiant : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z + \frac{38}{9} = 0$

   a) Montrer que S est une sphère de centre I et de rayon $\frac{4}{3}$.

   b) En déduire la position relative de S et Q

   c) Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant un cercle (ζ) dont on précisera son rayon r et les coordonnées de son centre K .

Exercice 4 (4 points)

Une urne contient 6 boules blanches et 4 boules noires, indiscernables au toucher.
Les boules blanches sont numérotées −1 ,−1,0,1,1, 1 et les boules noires sont numérotées−1 ,0,1,1
On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne et on considère les événements suivants

A:"Les 3 boules tirées sont de même couleur "
B:"Les 3 boules tirées sont de même numéro "
C:"Les 3 boules tirées sont de même numéro et de même couleurs "
1) a) Calculer p(A) ,p(B) et p(C).
   b) En déduire que p(A∪B)= $\frac{17}{60}$.

2) Déterminer les probabilités des événements
   D :"Obtenir au moins une boule numéroté 1 "
   E :"La somme de numéros inscrit sur les boules tirée est égale à 0 "

3) considère l'épreuve suivante qui consiste à tirer au hasard 2 boules de l'urne de la manière suivante:
On tire une première boule:
* Si elle porte le numéro 0, on ne la remet pas dans l'urne et on tire une deuxième boule
* Si elle ne porte pas le numéro 0, on la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule .
Calculer les probabilités des évènements:
   M:"La première boule tirée porte le numéro 0"
   N:"Obtenir au moins boule porte le numéro 0 "