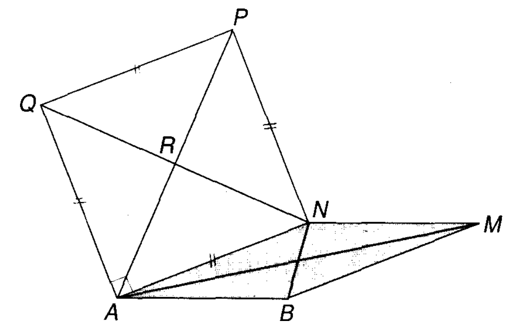
Lycée : Habib Thamer Classe : 3 ème Math et Science	SERIE D' EXERCICES N°(11) Rotation	Prof : Regaig Farhat A.scolaire : 2008/2009

Exercice 1:

Pour tout point M, distinct de A, on construit le parallélogramme de sens direct ABMN, puis le carra de sens direct ANPQ et on appelle R son centre.



1) Identifier les transformations suivantes
   a) $f : M \mapsto N$
   b) $g : N \mapsto Q$
   c) $h : R \mapsto P$
2) Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses, en justifiant la réponse.
   a) R est l'image de M par une rotation ;
   b) P est l'image de N par une translation
   c) La rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{4}$ transforme Q en un point du segment $[AP]$

Exercice 2:

Soit (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) un repère orthonormé du plan.

Soit f l'application qui à tout point M(x, y) du plan associe le point M' (x', y') du plan tel que : $\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y + \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ y' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{\sqrt{3}-3}{2} \end{cases}$

1) Montrer que f est une isométrie du plan.
2) Montrer que le point Ω (1, -1) est l'unique point invariant par f.
3) Soit M(x, y) et M' (x', y') tel que M' = f (M).
   a) Exprimer en fonction de x et y : $\overrightarrow{\Omega M}.\overrightarrow{\Omega M'}$ et dét$\left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)$
   b) En déduire la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)$
   c) Quelle est alors la nature de f ?

Exercice 3:

Dans le plan orienté, on donne un triangle ABC direct dont les angles sont aigus (c'est-à-dire que chacun des angles $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$ $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$ admet une mesure principale entre 0 et $\frac{\pi}{2}$) . AEB est le triangle équilatéral tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et ACF est le triangle équilatéral tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AF}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

1) En utilisant la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$, démontrer que CE = BF et $\left(\widehat{\overrightarrow{EC},\overrightarrow{BF}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$
2) Les droites (EC) et (BF) se coupent en un point I.
   Démontrer que le cercle ζ_1 circonscrit au triangle AEB et le cercle ζ_2 circonscrit au triangle ACF passent par le point I.
3) Soit M le milieu de [EC] et N le milieu de [BF].
   a) Démontrer que le triangle AMN est équilatéral direct.
   b) Démontrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{IM},\overrightarrow{IN}}\right) \equiv \pi + \left(\widehat{\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}}\right)[2\pi]$

Exercice 4:

Dans un plan rapporté P, on considère un triangle équilatéral ABC inscrit dans un cercle (ζ) de centre O et tel que : $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et AB].
Soit r la rotation qui transforme A en B et J en K.

1) Déterminer le centre et une mesure de l'angle de r.
2) Déterminer les images de K et de I par r.
3) On désigne par D le point de (ζ) diamétralement opposé à A. Soit R la rotation de centre D et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$
   a) Montrer que R (B) = C
   b) Soit A' l'image de A par R. Montrer que A' est le symétrique de A par rapport à C.
4) Soit M un point du plan P distinct de A. On pose M' = R^{-1}(M) et M'' = r(M) ; R^{-1} étant la réciproque de R. Montrer que $\overrightarrow{M'M''} = \overrightarrow{BA}$

Exercice 5:

Dans un plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle rectangle en B tel que : $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

On désigne par D le symétrique de A par rapport à C. Soit R la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ transformant A en D.

1) Construire le centre Ω de R.
2) Montrer que Ω est le symétrique de A par rapport à B.
3) Déterminer le point I image de B par R.
4) On désigne par C' le symétrique de C par rapport à I.
   Soit M un point de la demi-droite [BC) distinct de B et M' le point de la demi-droite [IC') tel que : BM = IM'. Montrer R(M) = M'

Exercice 6:

Dans un plan orienté P, on considère un carré ABCD de centre O tel que : $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Soit r la rotation de centre B et d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{2}$.

1) a) Déterminer l'image de C par r.
   b) Soit E le symétrique de D par rapport à A. Montrer que E est l'image de D par r.
   c) Soit F le symétrique de D par rapport à C. Déterminer l'image de F par r.
2) On désigne par O' le milieu de [BE]. Montrer que OF = O'D et que O est l'orthocentre du triangle DFO'.

Exercice 7:

Dans le plan orienté, on considère un triangle isocèle ABC tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. On pose I = C * B, Δ la droite perpendiculaire à (BC) passant par C et qui coupe (AB) en D. Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1) Faire une figure.
2) a) Déterminer r (B)
   b) Déterminer les images des droites (AC) et (BC) par r.
   c) En déduire r (C)
3) Caractériser r o r et en déduire que A est le milieu de [BD].
4) Déterminer et construire r (I) (on notera r (I) = J)
5) Soit ζ le cercle circonscrit au triangle ABC. Déterminer et construire ζ ' = r (ζ)
6) Soit M un point du plan distinct de A et B tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}\right) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$
   a) Déterminer et construire l'ensemble des points M.
   b) On pose M' = r (M) ; déterminer l'ensemble des points M' lorsque M varie.
   c) Montrer que (BM) ⊥ (CM') et BM = CM'.

Exercice 8:

Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD inscrit dans un cercle (ζ) de centre O et tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

I/ 1) Soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a) Soit E = R (D). Montrer que E est le symétrique de D par rapport à A.
b) Soit F le symétrique de D par rapport à C. Déterminer R (F)
c) Soit M un point de la demi-droite [CB) distinct de C et B et N le point de la demi-droite [AB) tel que CM = AN. Montrer que R (M) = N.

2) Soit A' le symétrique de A par rapport à C. R' la rotation d'angle $(-\frac{\pi}{2})$ qui transforme A en A'.

Construire le centre K de R'. Montrer que K est le symétrique de A par rapport à B.

II/ 1) Déterminer et construire l'ensemble Γ = {M, M ∈ P tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MD}}\right) \equiv \frac{3\pi}{4}[2\pi]$ }

2) Soit R" la rotation d'angle $\frac{3\pi}{4}$ qui transforme A en D. on désigne par Ω le centre de R" :

a) Vérifier que Ω ∈ Γ puis construire Ω
b) Soit B' = R"(B). Montrer que D, B et B' sont alignés.
c) Soit D' = R"(D). Donner une mesure de $\left(\widehat{\overrightarrow{DD'},\overrightarrow{DA}}\right)$ puis montrer que (DD') est tangente à (ζ)
d) Montrer que le triangle ΩD'B' est rectangle.
e) Montrer que $[B'\Omega)$ est la bissectrice de $\widehat{D'BD}$