

EXERCICE 1

ABC est un triangle rectangle en A , G son centre de gravité et $I = C*B$.

1°/Montrer que $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} = -\frac{2}{9}BC^2$.

2°/Soit f l'application du Plan P dans IR qui à tout M associe $f(M) = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{MG}$.

a-Calculer f(A) et f(G) e fonction de BC.

b-Montrer que pour tout M : $f(M) = MG^2 - \frac{2}{9}BC^2$.

c-En déduire l'ensemble (Γ) des points M tel que $f(M) = -\frac{1}{9}BC^2$.

3°/On suppose que A(1, 6) , B(-2, 3) et C(4, 3) dans un R.O.N (O , \vec{i} , \vec{j}).

a-Vérifier que ABC est un triangle rectangle en A.

b-Déterminer les coordonnées de G.

c-Donner une équation cartésienne de l'ensemble (Γ).

EXERCICE 2

On considère les fonctions f et g définies sur]0, +∞ [par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = \frac{1}{x} + 1$

a) Représenter dans un repère orthogonal (O, \vec{i} , \vec{j}), les fonctions f et g.

b) Déterminer graphiquement un encadrement d'amplitude 0,5 de la solution de l'équation $x\sqrt{x} - x - 1 = 0$.

1) On considère la fonction h définie sur]0, +∞ [par $h(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x} - 1$

a) Montrer que h est continue sur]0, +∞ [

b) Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet dans l'intervalle [2, 3] une solution α .

c) Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

2) Soit $\phi:]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in]0, \alpha] \\ g(x) & \text{si } x \in]\alpha, +\infty[\end{cases}$

a) Tracer dans le repère (O, \vec{i} , \vec{j}) la courbe représentative de la fonction ϕ .

b) Vérifier graphiquement que ϕ est continue en α .

c) Montrer que ϕ est continue sur]0, +∞ [

d) Montrer que ϕ est bornée sur]0, +∞ [

A PREPARER**EXERCICE 3**

Dans le plan orienté on considère un cercle (ξ) de centre O et de rayon 5 ; A , B et C trois points de ce cercle tel que $AB = 5$ et $AC = 5\sqrt{2}$.

1°/Préciser la nature du triangle OAB et du triangle OAC.

2°/En appliquant les formules d'El-Kashi calculer la distance BC.

3°/Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M tels que : $2MA^2 - 7MB^2 = 50$.

4°/On suppose que A est fixe et B et C varient sur le cercle (ξ) et que $AB^2 + AC^2 = 50$.

Soit I le milieu du segment [BC].

a-Montrer que $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 - 2OI^2 + 50$.

b-Déterminer l'ensemble des points I.

5°/On suppose que ABC est rectangle en A . Soit H le pied de la hauteur issue de A.

le cercle (ξ') de centre H et passant par A recoupe la droite (AB) en E et la droite (AC)

en F. Montrer que les points E , H et F sont alignés.

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie sur $[1, 2]$ par $f(x) = x^4 - x^2 + 1$.

1) Etudier les variations de f.

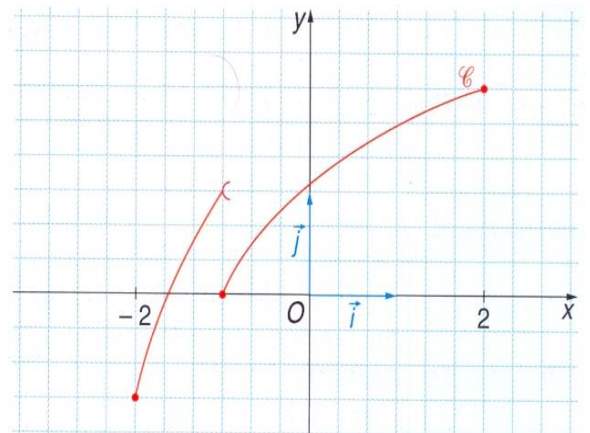
2) Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une solution α , dans l'intervalle $]1; 2[$.

Donner, au moyen de la calculatrice, une valeur approchée de α à 10^{-2} près

EXERCICE 5

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})

On a tracé la courbe représentative ζ d'une fonction définie sur l'intervalle $[-2, 2]$. (Figure N°1)



1) Par lecture graphique, dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses? Justifier la réponse

a) f est continue en 2?

b) f est continue sur $[-2, 2]$

c) f est continue sur $[1, 2]$

d) -1 est l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[-2, 2]$.

e) L'image de l'intervalle $[-2, -1]$ par la fonction f est l'intervalle $[-1, 1]$

f) Pour tout réel $a \in [-2, -1[$ on a $f(a) < f(-1)$

2) Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[-2, 2]$ par $g(x) = f(-|x|)$

a) Montrer que g est une fonction paire.

b) Construire alors la courbe représentative ζ' de la fonction g.