M^r SOUID **Serie N°3** **3.MATH**

Exercice1 :

Dans chacun des cas suivants la fonction f est elle prolongeable par continuité en x_0 ? Si oui définir ce prolongement.

a) $f : x \mapsto \dfrac{|x|-3}{x^2+3x}$; $x_0=-3$ b) $f : x \mapsto \dfrac{x}{x+|x|}$; $x_0=0$ d) $f : x \mapsto \dfrac{x^2+x-2}{x^2-1}$; $x_0=1$ e) $f : x \mapsto \dfrac{8x^3-1}{x-|x-1|}$; $x_0=\dfrac{1}{2}$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-3x+2} & \text{si } x<1 \\ f(x)=\sqrt{x^2-1}-3x & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$ Montrer que f est continue en 1

Exercice 3 : :

Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-2}{x-3} & \text{si } x\neq 3. \\ f(3)=a & \text{(a réel donné).} \end{cases}$

Déterminer a pour que f soit continue en 3.

Exercice4 :

On considère la fonction f définie par $x \mapsto \dfrac{\sqrt{1+x^2}+x-1}{x}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Montrer que f est continue en tout réel non nul.
3) a) Montrer que pour tout réel x non nul f(x) = $\dfrac{2}{\sqrt{1+x^2}-x+1}$

   b) En déduire que f admet un prolongement par continuité en 0.

Exercice 5:

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{5+4x}-2x-1}{x-x^2} & \text{si } x\neq 1 \\ f(1)=m & (\text{où } m\in IR) \end{cases}$

1) Déterminer D_f.
2) Déterminer m pour que f soit continue en 0.
3) Donner alors suivant les valeurs de m, le domaine de continuité de f
4) Soit g la fonction définie par g (x) = $(x-1)^2$.f (x) Etudier la continuité de g en 1.

Exercice 6:

On considère la fonction f définie par f (x) = $\frac{\sqrt{9+x^2}-(x-3)}{x}$ et (ζ) sa courbe dans un repère orthonormé direct $R(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Montrer que f admet une asymptote verticale D dont on donnera une équation.
3) a) Montrer que pour tout x > 0 on a : f (x) = $\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}-1+\frac{3}{x}$

   b) Calculer alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
4) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ interpréter graphiquement le résultat obtenu.

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie sur IR par $\begin{cases} f(x)=\frac{3x^2+4x+1}{x^2-1} & \text{si } x \in \left]-\infty,-1\right[. \\ f(x)=x^2+x+1 & \text{si } x \in [-1,1] \\ f(x)=2\sqrt{x^2-1}\text{-}x+4 & \text{si } x\in \left]1,+\infty\right[\end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 1.
2) f est-elle continue en -1.
3) Déterminer les intervalles sur les quels f est continue.

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x)=-1+\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{si } x<0 \\ f(x)=1+\frac{x^2+3x}{x+1} & \text{si } x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1) Etudier la continuité de f en 0.
2) Soit g la fonction définie par g (x) = |x|.f (x) Montrer que g est continue en 0.

Exercice9 :

Soit la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^2-x-6}+ax & \text{si } x\leq -2 \quad \text{(a est un paramètre réel)} \\ f(x)=\frac{x+1}{x} & \text{si } -2<x\leq 2 \\ f(x)=\frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+7}-3} & \text{si } x>2 \end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f.
2) Montrer que f est continue en 2.
3) Déterminer le réel a pour que f soit continue en -2.
4) On prend dans la suite a = $-\frac{1}{4}$. Montrer que f est continue sur son domaine de définition.