

Exercice 1:

soit la fonction 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2+x-6} & \text{si } x > 2 \\ x^2 - 6 & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ \sqrt{x^2 + 2x} + x & \text{si } x \leq -2 \end{cases}$$

1) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f$

2) Etudier la dérivabilité de f en 2 et en (-2)

d) Calculer f'(x) pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{2, -2\}$

Exercice 2:

Soit la fonction  $f_m$  définie par  $f_m(x) = \frac{x^2 - mx}{x + 1}$  où m est un paramètre réel.

1) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles  $f_m$  admet un maximum relatif et un minimum relatif.  
Dans la suite de l'exercice on prend  $m = 1$ .

2) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. (f désigne la fonction  $f_1$ )

3) Montrer que  $C_f$  admet une asymptote oblique et une asymptote verticale.

Exercice 3:

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soit  $\varphi$  la fonction numérique

a variable réelle définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $\varphi(x) = \frac{3x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$ .

1) déterminer a et b pour que la courbe représentative de  $\varphi$  passe par le point I(0,3)  $\varphi'(0)=4$

2) Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{3x^2 + 4x + 3}{x^2 + 1}$

a) Montrer que pour tout x de  $\mathbb{R}$ :  $f(x) = \alpha + \frac{\beta x}{x^2 + 1}$ ,  $\alpha, \beta$  sont des réels que l'on déterminera.

En déduire que  $C_f$  admet la droite  $y=1$  comme asymptote horizontale en  $-\infty$  et  $+\infty$

b) Etudier les variations de f.

3) soit 
$$g(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + 4x + 3}{x^2 + 1} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} + m & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

a) Déterminer m pour que g soit continue en 0

Pour la suite On prend  $m=3$

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g$

c) Etudier la dérivabilité de g en 0

d) Calculer  $g'(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Dresser le tableau de variation de g