SOUID . N **SERIEN°5** **3.Math**

Ex.ercice 1:

Soit f(x) = $\sqrt{x^2-2x-3}$. On désigne par ζ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) a) Déterminer D_f et étudier la continuité de f sur D_f.

   b) Etudier la dérivabilité de f à gauche en (-1) et à droite en 3. Interpréter graphiquement les résultats.

2) a) Montrer que : $\forall$ x $\in$ D_f \ {-1 ; 3}, on a f ’(x) = $\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x-3}}$

   b) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Vérifier que : $\forall$ x $\in$ D_f ; f(x) = $\sqrt{(x-1)^2-4}$

   b) Montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x-1\right]=0$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x+1\right]=0$

   c) En déduire que la courbe ζ admet deux asymptotes obliques D et D’.

Ex.ercice 2 :

Soit f la fonction définie par f(x) = 1 – $\sqrt{x^2+x}$ et ζ_f. sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan.

1) a) Déterminer l’ensemble de définition de f

   b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et à gauche en -1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

   c) Déterminer f ’(x) pour tout x $\in$ D_f \ {-1 ;0},

   d) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) Montrer que la droite D : y = $-x+\dfrac{1}{2}$ est asymptote à ζ_f. en (+ ∞)et que la droite D’ : y = $x+\dfrac{3}{2}$ est asymptote à ζ_f. en ($-\infty$)

   b) Etudier la position de ζ_f. par rapport à D et par rapport à D’.

Exercice 3 :

Soit g la fonction définie sur IR par g(x) = 1 + $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

a) Vérifier que pour tout réel x on a : g ’(x) = $\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

b) Etudier les variations de g et en déduire que pour tout réel x : g(x) > 0.

1) Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = x – 1 + $\sqrt{x^2+1}$ et ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

a) Vérifier que pour tout réel x on a : f ’(x) = g(x)

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) Montrer que la droite Δ : y = 2x – 1 est une asymptote à ζ au voisinage de $+\infty$.

b) Ecrire une équation de la tangente T par rapport à ζ.

c) Tracer, T et Δ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ (on placera les points de ζ d'abscisses -1 et 1).

Exercice 4 :

1)Soit f la fonction définie par f (x) = $\dfrac{-x+2}{x^2-4x+5}$

Dresser le tableau de variation de f.

II/ On considère la fonction g définie par $\begin{cases} g(x)=\dfrac{-x+2}{x^2-4x+5} & si\ x \leq 4 \\ g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{9}{10} & si\ x > 4 \end{cases}$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de g en 4
2) Déterminer le domaine de dérivabilité de g et déterminer g'(x)
3) Etudier les variations de g et préciser ses extrêma

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie par f (x) =$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-x+2} & \textbf{si } x \leq -1 \\ \dfrac{ax+b}{x^2+1} & -1 \prec x \prec 1 \\ x^2+3x+4 & , x \geq 1 \end{cases}$

où a et b sont deux réels donnés .

On désigne par C la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (o , $\vec{i}$, $\vec{j}$)

1/ Donner le domaine de définition de la fonction f .

2/ Etudier suivant les valeurs du paramètre réel m la limite suivante :
$\lim\limits_{+\infty}[f(x)-(m+1)x]$

3/ Déterminer les réels a et b pour que f soit continue en 1 et en - 1 .

Dans la suite de l'exercice , on prend : a = 0 et b = 4 .

4/ a) Montrer que f est dérivable en 2 .

b) Etudier la dérivabilité de f en – 1

c) Dresser le tableau de variation de f.