EXECICE 1

1°/Simplifier les expressions suivantes : A = $\dfrac{\sin(-x)\sin(\frac{\pi}{2}+x)}{\cos(\pi+x)\cos(\frac{3\pi}{2}-x)}$; B = $\dfrac{\sin(\pi-x)}{\cos(\frac{\pi}{2}+x)}$ + $\dfrac{\sin(\frac{\pi}{2}+x)}{\cos(4\pi-x)}$.

2°/soit x et y deux réels . Montrer que : $\cos(x+y)\cos(x-y) - \sin(x+y)\sin(x-y) = \cos 2x$.

EXERCICE 2:

1°/Soit x un réel . Exprimer en fonction de sinx et cosx :

A = $\sin(\frac{7\pi}{2}+x) - \cos(9\pi - x) - \sin(\frac{3\pi}{2} - x)$. B = $\cos(\frac{13\pi}{6}+x) - \sin(\frac{\pi}{6} - x)$.

2°/Soit f la fonction définie sur par $f(x) = 2\cos(2x - \frac{\pi}{3})$.

a-Calculer $f(\frac{\pi}{6})$; $f(\frac{\pi}{4})$.

b-Simplifier A = $f(x + 53\pi) - f(\frac{17\pi}{12} + x) + f(x + \frac{\pi}{4}) + f(x - \frac{\pi}{4})$.

EXERCICE 3

Soit $x \in]0,\pi[$ on pose a = $\dfrac{\cos x}{\sqrt{2+2\sin x}}$ et b = $\dfrac{1+\sin x}{\sqrt{2+2\sin x}}$.

1°/Montrer que $a^2 + b^2 = 1$.

2°/a-Montrer que $1 + \sin x = (\cos\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2})^2$.

b-Montrer que $a = \cos(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})$ et $b = \sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})$.

c-Montrer que $ab = \frac{1}{2}\cos x$ et $a + b = \sqrt{2}\cos(\frac{x}{2})$.

EXERCICE 4 :

1°/Soit $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ avec x un réel.

a-Ecrire f(x) sous la forme $r\cos(2x - \varphi)$.

b-Résoudre dans IR l'équation f(x) = 1.

2°/Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{f(x)}{1-\cos(2x-\frac{\pi}{4})}$.

a-Déterminer le domaine de définition D_g de g et calculer g(0).

b-Montrer que pour tout réel $x \in D_g$: $g(x) = \dfrac{\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})}{1-\cos(2x-\frac{\pi}{4})} = \sqrt{2}\,\text{cotg}(x-\frac{\pi}{8})$.

c-Déduire que $\text{cotg}(\frac{\pi}{8}) = 1+\sqrt{2}$.