EXERCICE 1

Le plan complexe P est rapporté au repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$.
On note f l'application du plan P privé du point O dans P qui, à tout point M d'affixe z non nulle, associe le point M' d'affixe $z' = \frac{1}{\bar{z}}$. Vérifier que z'= $\frac{z}{|z|^2}$

1. Montrer que O, M et M' sont alignés.
2.a) Déterminer l'ensemble G des points invariants par f .
b)Vérifier que G contient les points A et B d'affixes respectives - 1 et i.
3. a)Déterminer l'affixe des points E le milieu de [AB] et E' = f(E).
b)Soient C le cercle de diamètre [AB],Déterminer une équation de C.
c)Montrer que E' appartient à C.

EXERCICE 2

Soient A et B deux points du plan complexes (O ;$\vec{u},\vec{v}$) d'affixes respectives : $z_A = 2i$ et $z_B = -4$.
A tout point M d'affixes z du plan complexe privé de B, on associe le point M' d'affixes z' tel que :

$$z' = \frac{z-2i}{z+4}$$

1°) Déterminer l'ensemble (E_1) des points M tels que $z' = i$.
2°) a) Pour tout complexe z différent de (–4), on pose $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ avec x, y, x' et y' réels.
Déterminer x' et y' en fonction de x et de y.
b) En déduire l'ensemble (E_2) des points M tels que z' soit un réel ainsi que l'ensemble (E_3) des points M tels que Im(z') = 1 .
3°) Interpréter géométriquement $\left|\frac{z-2i}{z+4}\right|$ .En déduire l'ensemble (E_4) des points M tels que $|z'| = 1$.
4) Déterminer l'affixe du point D tel que OBDA est un rectangle .

EXERCICE 3

Soit l'application f : $\mathbb{C} \setminus \{-4i\} \rightarrow \mathbb{C}$

$$z \mapsto f(z) = \frac{z-2i}{iz-4}.$$

1/ Déterminer l'ensemble E_1 des points M(z) tel que f(z) soit réel.
2/ Déterminer l'ensemble E_2 des points M(z) tel que $|f(z)| = 2$.
3/ Le plan P est rapporté à un R.O.N.D (O, $\vec{u}$,$\vec{v}$), on considère les points A,B et C d'affixes respectives 1,j et j^2 où j = $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.
a- Montrer que O est le centre de gravité du triangle ABC.
b- Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un parallélogramme.
c- Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que $|z - j| = |z - j^2|$.
d- Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que $z\bar{z} + 3(z + \bar{z}) = 7$.