Exercice n°1 :

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Cocher la réponse exacte :

1) La fonction f définie sur $[-1;+\infty[$ *par* $f(x)=\dfrac{3x}{1+|x|}$ est

a) paire ; b) impaire ; c) ni paire ni impaire.

2) L'équation $4\sqrt{x+1}-x^2-3$ possède une solution dans :

a) $[0;1]$; b) $[-1;0]$; c) $[2;3]$.

3) $\vec{u}$, $\vec{v}$ *et* $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls, alors $(\vec{u}.\vec{v})\vec{w}$ désigne :

a) un nombre réel ; b) un vecteur colinéaire à $\vec{w}$; c) un vecteur colinéaire à $\vec{u}.\vec{v}$

4) Soit A et B deux points distincts du plan tel que AB =1, soit M un point de (AB) vérifiant : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=-2$ donc :

a) $M\in[AB]$; b) $M\in[BA)$\[AB] ; c) $M\in[AB)$\[AB].

Exercice n°2 :

Soit f et g deux fonctions définies par : $f(x)=x^3-12x-2$ et $g(x)=\dfrac{x^3+1}{x^2-4}$.

1) a) Justifier la continuité de f sur IR.
   b) Montrer que l'équation f(x) =0 admet au moins trois solutions a, b et c appartenant respectivement à $]-4;-3[$, $]-1;0[$ *et* $]3;4[$.
   c) En déduire le nombre de solution de solutions de l'équation f(x)=0.
   d) Donner un encadrement de c d'amplitude 10^{-1}.
2) a) Montrer que $g(c)=\dfrac{3c}{2}$.
   b) En déduire un encadrement de c.

Exercice n°3 :

1) soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2}$ *si* $x\neq 2$ *et* $f(2)=\dfrac{2}{3}$.
   a) Déterminer le domaine de définition de f.
   b) Etudier la continuité de f en 2.
2) Soit g la fonction définie par : $g(x)=\dfrac{x^3-2x^2-2x+4}{x^2-x-2}$.
   a) Déterminer le domaine de définition de g.
   b) g est-elle prolongeable par continuité en 2 ? si oui définir ce prolongement.
3) Soit h la fonction définie par : $\begin{cases} h(x)=f(x) & si\ \ x>2 \\ h(x)=g(x) & si\ \ x<2 \\ h(2)=a \end{cases}$
   a) Déterminer le domaine de définition de h.
   b) Déterminer a pour que h soit continue en 2.

Exercice n°4 :

Soit ABC un triangle équilatéral de côté a (a>0).

Soit le point I définie par $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{CB}$ et le point N=A*I.

1) a) Montrer que ACBN est un losange.
   b) Montrer que le triangle IBA est rectangle en B.
2) calculer $\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BN}.\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{BC}$.
3) En appliquant le théorème d'El-Kashi dans le triangle AIC, montrer que $IC^2 = 7a^{2.}$
4) a) Vérifier que $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.
   b) Montrer alors que l'ensemble des points M des points M du plan tel que $MA^2 + 2MB^2 - 2MC^2 = -a^2$ est un cercle (ζ) dont on précisera le centre et le rayon.
   c) Montrer que la droite (AB) est tangente au cercle (ζ) en B.
5) Soit H le projeté orthogonal de I sur (AC).
   a) Calculer de deux manières $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{AI}$ et en déduire AH.
   b) Calculer IH et en déduire que la droite (AC) est tangente à (ζ) en H.
6) Déterminer et construire l'ensemble des points M tel que $MA^2 - MI^2 = 4a^2$