Exercice n°1 :

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Cocher la réponse exacte :

1) Soient $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ 3 vecteurs non nuls du plan tels que : $\vec{u}.\vec{v} = \vec{u}.\vec{w}$, alors on a nécessairement :

a) $\vec{v} = \vec{w}$; b) $\vec{u} \perp \vec{v}$ et $\vec{u} \perp \vec{w}$; c) $\vec{u} \perp (\vec{v} - \vec{w})$

2) Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 1}{1 - |x|}$, le domaine de continuité de f est :

a) $IR \setminus \{1\}$; b) $IR \setminus \{-1\}$; c) $IR \setminus \{1;-1\}$.

3) La f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{E(x)}{x-1}$ est continue sur :

a) IR ; b) $IR \setminus \{1\}$; c) $IR \setminus Z$.

4) $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$, une mesure de $(\vec{u}, \vec{v})$ est α, alors une mesure de $(-\vec{u}, \vec{v})$ est :

a) $-\alpha$; b) $\alpha + \pi$; c) α .

5) La fonction $x \mapsto E(2x)$ est :

a) continue en $\frac{1}{2}$; b) continue à gauche en $\frac{1}{2}$; c) continue à droite en $\frac{1}{2}$

Exercice n°2 :

Soit la fonction f définie sur $\left[-\frac{1}{4};+\infty\right[$ par $\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{1+4x}-1}{2x} & si \quad x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1) Montrer que f est continue en 0.
2) a) Montrer que $\forall x \in \left[-\frac{1}{4},+\infty\right[$, $f(x) = \dfrac{2}{1+\sqrt{1+4x}}$.

   b) En déduire que f est continue sur $\left[-\frac{1}{4};+\infty\right[$.

3) a) Montrer que $f\left(-\frac{1}{4}\right)$ est un maximum de f sur $\left[-\frac{1}{4};+\infty\right[$.

   b) Montrer que f est bornée sur $\left[-\frac{1}{4};+\infty\right[$.

4) Montrer que l'équation $f(x) - x + 1 = 0$ admet une solution dans l'intervalle $[1;2]$.
5) a) Montrer que f est décroissante sur $\left[-\frac{1}{4};+\infty\right[$.

   b) Déterminer l'image par f de l'intervalle $[0;2]$.

Exercice n°3 :

On donne la fonction f définie sur $]-\infty;-3[$ par : $f(x) = \begin{cases} 3|x-1| - |x+2| + 4x - 3 & si \quad x < 1 \\ E(x) - 2 & si \quad 1 \leq x < 3 \end{cases}$

1) Montrer que f est une fonction affine par intervalle.
2) Tracer (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
3) Résoudre graphiquement l'équation f(x) = -2 puis les inéquations $f(x) > 0$ et $-2 < f(x) < 0$.
4) f est-elle continue en chacun des réels 1 et 2 ? justifier votre réponse.

Exercice n°4 :

On considère un triangle équilatéral ABC tel que AB=a où a>0. soit le point tel que $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{CB}$.

1) Calculer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AB}$.
2) Calculer $\overrightarrow{BI}.\overrightarrow{BA}$. En déduire la nature du triangle ABI.
3) Montrer que $CI = a\sqrt{7}$. Déterminer alors $\cos(C\hat{I}B)$.
4) Soit $k \in IR$. On note (E_k) l'ensemble des points M tel que : $MA^2 + 2MB^2 - 3MC^2 = ka^2$.
   a) Montrer que I est le barycentre des points pondérés $(A,1)$; $(B,2)$ et $(C,-2)$.
   b) Déterminer suivant k, l'ensemble (E_k).
   c) On donne k = -1 ; vérifier que $B \in (E_{-1})$ et montrer que (E_{-1}) est un cercle tangent à (AB).

Exercice n°5 :

La courbe ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f.

1) Donner le sens de variation de f.
2) a) Donner les solutions de l'équation f(x) = 0.
   b) Dresser le tableau de signe de f.
3) trouver les images par f de chacun des intervalles $[1;2[$, $]-\infty;-1]$ et $[-1;1]$.
4) a) Déterminer $f(2)$, $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$.
   b) f est-elle continue à droite en 2 ? (justifier)
   c) f est-elle continue à gauche en 2 ? (justifier)
   d) f est-elle continue en 2 ?