Lycée : Habib Thamer Classe :3 ème Math	SERIE D' EXERCICES N°(19) Equations de droites, de plans	Prof : Regaig Farhat Ascolaire : 2008/2009

Exercice 1 : Vrai-faux.

Soit le point A(3 ; 4 ; -1) et le plan P de repère $(A;\vec{u};\vec{v})$, avec : $\vec{u}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ et $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$

1) Le vecteur $\vec{w}=\vec{i}+7\vec{j}+3\vec{k}$ est normal à P.
2) Une équation cartésienne de P est x + 7y + 3z + 7 = 0.
3) La droite D passant par le point B (1 ; 3 ; 1) et de vecteur directeur $\vec{w}$ est l'intersection des plans L_1 et L_2 d'équations respectives : 7x – 10y + 21z + 2 = 0 et 3x – z – 2 = 0.
4) Les plans L_1 et L_2 sont perpendiculaires.
5) La distance du point A à la droite D est $\dfrac{8\sqrt{6}}{\sqrt{59}}$

Exercice 2 : Vrai-faux.

Soit $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace.

On considère les points A (2; 4; 1), B (0; 4; -3), C (3; 1 ; -3), D (1 ; 0; -2), E (3 ; 2; -1), I $\left(\dfrac{3}{5};4;-\dfrac{9}{5}\right)$

1) Une équation du plan (ABC) est: 2x + 2 y - z - 11 = 0 .
2) Le point E est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC).
3) Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.
4) La droite (CD) est donnée par la représentation paramétrique suivante : (CD) : $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=1-t \end{cases}$ (t ∈ IR).
5) Le point I est sur la droite (AB).

Exercice 3 : Q-C-M

Pour chaque question, une seule des trois propositions a) , b) ou c) est exacte : on demande d'indiquer laquelle, sans justification.

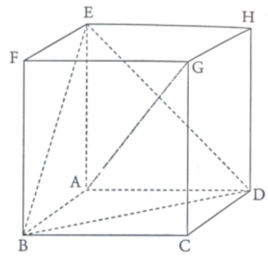
1) Soit A et B deux points distincts de l'espace. L'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ est :
   a) L'ensemble vide b) le plan médiateur de [AB] c) une sphère.
2) Soit A et B deux points distincts de l'espace. L'ensemble des points M de l'espace tels que $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{AB}=0$ est :
   a) le plan médiateur de [AB]
   b) un plan orthogonal à (AB) non médiateur de [AB]
   c) une sphère
3) On considère les points E(0 ; 1 ; -2) et F(2 ; 1 ; 0). Les coordonnées du barycentre G de (E ; 1) et (F ; 3) sont :
   a) (6 ; 4 ; -2) b) (1,5 ; 1 ; -0,5) c) (0,5 ; 1 ; 1,5)
4) On considère le plan P d'équation x + y + z – 1 = 0. La distance du point O (origine du repère) au plan P est :
   a) 0 b) 1 c) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
5) Une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-4;3;2)$ et le plan d'équation x – 2y + 5z – 1 = 0 sont :
   a) orthogonaux b) parallèles c) ni orthogonaux, ni parallèles
6) L'intersection des plans d'équations respectives : x – y + 2z – 1 = 0 et -2x + 4y – 4z – 4 = 0 est :
   a) l'ensemble vide b) une droite de vecteur directeur $\vec{n}(-2;0;1)$ c) une droite de vecteur directeur $\vec{v}(2;2;0)$
7) On considère le plan P d'équation 5x – y – 3z – 3 = 0 et les points A (-3 ;2 ;5), B(1 ; -1 ; 1) et C(2 ;1 ; 2)
   Le plan P et le plan (ABC) sont :
   a) parallèles b) perpendiculaires c) sécants, mais non perpendiculaires.

Exercice 4 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points A (l ; 2; 2), B (3; 2; 1) et C (l ; 3 ; 3).

1) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan. Donner une équation de ce plan.
2) On considère les plans (P_1) et (P_2) d'équations respectives: (P_1) : $x - 2y + 2z - 1 = 0$; (P_2) : $x - 3y + 2z + 2 = 0$.
   a) Montrer que les plans (P_1) et (P_2) sont sécants. On notera (Δ) leur droite d'intersection.
   b) Montrer que le point C appartient à la droite (Δ).
   c) Démontrer que le vecteur $\vec{u}$ (2 ; 0 ; - 1) est un vecteur directeur de la droite (Δ).
   d) En déduire une représentation paramétrique de la droite (Δ).
3) Pour déterminer la distance du point A à la droite (Δ) de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 2k+1 \\ y = 3 \\ z = -k+3 \end{cases}$ (k ∈ IR) on considère le point M de paramètre k de la droite (Δ).
   a) Déterminer la valeur de k pour que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ soient orthogonaux.
   b) En déduire la distance du point A à la droite (Δ).

Exercice 5 :



On considère un cube ABCDEFGH d'arête 1.

1) a) Exprimer plus simplement le vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$.
   b) En déduire que le produit scalaire $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{BD}$ est nul.
   c)Démontrer de même que le produit scalaire AG.BÊ est nul.
   d)Démontrer que la droite (AG) est orthogonale au plan (BDE).
2) Soit I le centre de gravité du triangle BDE.

Déduire de 1. a) que le point I est le point d'intersection de la droite (AG) et du plan (BDE), et préciser la position du point I sur le segment [AG].

3) Dans cette question, l'espace est orienté par le repère orthonormal direct (A; AB, AD, AE).
   a) Écrire une équation du plan (BDE).
   b) Écrire une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point H et orthogonale au plan (BDE).
   c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection J de la droite (Δ) avec le plan (BDE).
   d) En déduire la distance du point H au plan (BDE).

Exercice 6 :

Dans l'espace muni du repère orthonormal direct $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ on considère les points A (4 ; 0 ; 0), B (2 ; 4 ; 0), C (0 ; 6 ; 0), S(0 ; 0 ; 4), E(6 ; 0 ; 0) et F(0 ; 8 ; 0).

1) Réaliser une figure comportant les points définis dans l'exercice que l'on complétera au fur et à mesure.
2) Montrer que E est le point d'intersection des droites (BC) et (OA).
3) On admettra que F est le point d'intersection des droites (AB) et (OC).
   a) Déterminer une équation cartésienne du plan (SEF).
   b) Calculer les coordonnées du point A' barycentre des points pondérés (A, 1) et (S, 3).
4) Le plan (P) coupe les arêtes [SO], [SA], [SB] et [SC] de la pyramide SOABC respectivement aux points 0', A', B' et C'.
   a) Déterminer les coordonnées de 0'.
   b) Vérifier que C'a pour coordonnées $\left(0;2;\frac{8}{3}\right)$
   c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (SB), en déduire les coordonnées du point B'.
5) Vérifier que O'A'B'C' est un parallélogramme.