Exercice 1 :

Soit ABC un triangle et un point M de [BC] distinct de B et C. On pose P = S $_{(AB)}$ (M) et Q = S $_{(AC)}$ (M).

La droite (PQ) coupe respectivement (AB) et (AC) en E et F.

1) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PQ}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{QP}, \overrightarrow{QA}})[2\pi]$
2) Montrer que [MA) est la bissectrice de [ME, MF]

Exercice 2 :

Soit ABCD un carré tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

1) Soit [Ax) la demi-droite telle que $(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{Ax}}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$, montrer que (Ax) et (BD) sont sécantes en un point qu'on notera E.
2) Déterminer $(\widehat{\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}})$ puis $(\widehat{\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}})$
3) En déduire $(\widehat{\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EC}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CE}})$
4) Soit [Ay) la demi-droite telle que $(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{Ay}}) \equiv \alpha[2\pi]$ $où \alpha \in IR$
   a. Discuter suivant les valeurs de α les positions relatives de (Ay) et (BD).
   b. Pour quelles valeurs de α les droites sont-elles orthogonales ?

Exercice 3 :

Soit ζ un cercle de centre o et de diamètre [AB] et soit C ∈ ζ tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv -\frac{179\pi}{6}[2\pi]$

1) Trouver les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$; $(\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OA})$
2) Vérifier que $2\left(\widehat{\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AC}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC}}\right)[2\pi]$
3) Montrer que les droites (AC) et (BC) sont perpendiculaires.
4) Soit Δ la droite passante par O et perpendiculaire à (AC) et soit le point D ∈ ζ ∩ Δ tel que D n'appartient pas au demi plan [(AB), C)
   a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{OD}; \overrightarrow{OB}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$
   b) En déduire que $\left(\widehat{\overrightarrow{DO}; \overrightarrow{DA}}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

Exercice 4 :

Dans le plans P muni d'un repère orthonormé direct $(o, \vec{i}, \vec{j})$ on considère le cercle trigonométrique ζ de centre o et de rayon 1, soient A et B les points tels que $\overrightarrow{OA} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OB} = \vec{j}$

1) a. Construire le point C de ζ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}\right) \equiv \frac{50\pi}{3}[2\pi]$

   b. Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AO})$; $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC})$

2) Soit D le point tel que D = S $_{(OA)}$ (C). Vérifier que D ∈ ζ.

   Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{OD}; \overrightarrow{OA})$; $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD})$. En déduire que ACD est un triangle équilatéral.

3) Déterminer et construire les demi droites [Ot) telle que $3\left(\widehat{\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{Ot}}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z.$
4) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}}\right) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$

Exercice 5 :

Soit un carré ABCD du plan orienté tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

On construit à l'intérieur du carré un triangle équilatéral ABF et à l'extérieur du carré un triangle équilatéral BCE.

Déterminer une mesure de chacun des angles $\left(\overrightarrow{BE};\overrightarrow{BF}\right)$, $\left(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EF}\right)$, $\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CF}\right)$ et $\left(\overrightarrow{EC};\overrightarrow{ED}\right)$. En déduire que les points E, F et D sont alignés.

Exercice 6 :

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principale A tel que : $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$. La médiatrice Δ de [AB] coupe la droite (AC) en M.

Soit D le symétrique de C par rapport à Δ.

1) Calculer $\left(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{BA}\right)$ puis $\left(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA}\right)$.
2) Comparer $\left(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{BA}\right)$ puis $\left(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA}\right)$.

Montrer que les points M, B et D sont alignés

Exercice n° 2 :

Dans un plan orienté, on considère un triangle ABC rectangle en A et tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

On désigne par O le milieu de [BC] et par (ζ) le cercle circonscrit au triangle ABC.

1) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma = \{M \in P$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MC}}\right) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]\}$
2) Soit R la rotation d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et telle que R (A) = C. Déterminer et construire le point I centre de R.
3) On pose C' = R(C). Montrer que la droite (CC') est la tangente en C au cercle (ζ)
4) On pose B' = R (B)
   a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{CB'};\overrightarrow{CC'}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$
   b) En déduire que les points C, B et B' sont alignés.