

Exercice 1 :

Soit un carré ABCD du plan orienté tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

On construit à l'intérieur du carré un triangle équilatéral ABF et à l'extérieur du carré un triangle équilatéral BCE.

Déterminer une mesure de chacun des angles $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF})$, $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF})$, $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CF})$ et $(\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{ED})$. En déduire que les points E, F et D sont alignés.

Exercice 2 :

Soit ABC un triangle et un point M de [BC] distinct de B et C. On pose $P = S_{(AB)}(M)$ et $Q = S_{(AC)}(M)$.

La droite (PQ) coupe respectivement (AB) et (AC) en E et F.

- 1) Montrer que $(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PQ}) \equiv (\overrightarrow{QP}, \overrightarrow{QA}) [2\pi]$
- 2) Montrer que [MA) est la bissectrice de [ME, MF]

Exercice 3 :

Soit ABCD un carré tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

- 1) Soit [Ax) la demi-droite telle que $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{Ax}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$, montrer que (Ax) et (BD) sont sécantes en un point qu'on notera E.
- 2) Déterminer $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB})$ puis $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB})$
- 3) En déduire $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EC})$ et $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CE})$
- 4) Soit [Ay) la demi-droite telle que $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{Ay}) \equiv \alpha [2\pi]$ où $\alpha \in \mathbb{R}$
 - a) Discuter suivant les valeurs de α les positions relatives de (Ay) et (BD).
 - b) Pour quelles valeurs de α les droites sont-elles orthogonales ?

Exercice 4 :

Soit ζ un cercle de centre o et de diamètre [AB] et soit $C \in \zeta$ tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv -\frac{179\pi}{6} [2\pi]$

- 1) Trouver les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA})$
- 2) Vérifier que $2(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AC}) \equiv (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) [2\pi]$
- 3) Montrer que les droites (AC) et (BC) sont perpendiculaires.
- 4) Soit Δ la droite passante par O et perpendiculaire à (AC) et soit le point $D \in \zeta \cap \Delta$ tel que D n'appartient pas au demi-plan [(AB), C)
 - a) Montrer que $(\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$
 - b) En déduire que $(\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{DA}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$

Exercice 5 :

Dans le plans P muni d'un repère orthonormé direct (o, \vec{i}, \vec{j}) on considère le cercle trigonométrique ζ de centre o et de rayon 1, soient A et B les points tels que $\overrightarrow{OA} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OB} = \vec{j}$

- 1) a) Construire le point C de ζ tel que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{50\pi}{3} [2\pi]$
 - b) Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AO})$, $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$
- 2) Soit D le point tel que $D = S_{(OA)}(C)$. Vérifier que $D \in \zeta$. Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OA})$, $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$. En déduire que $\triangle ACD$ est un triangle équilatéral.
- 3) Déterminer et construire les demi droites [Ot) telle que $3(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{Ot}) \equiv \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- 4) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$