

**Exercice 1 :**

Soit un carré ABCD du plan orienté tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

On construit à l'intérieur du carré un triangle équilatéral ABF et à l'extérieur du carré un triangle équilatéral BCE.

Déterminer une mesure de chacun des angles  $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF})$ ,  $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF})$ ,  $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CF})$  et  $(\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{ED})$ . En déduire que les points E, F et D sont alignés.

**Exercice 2 :**

Soit ABC un triangle et un point M de [BC] distinct de B et C. On pose  $P = S_{(AB)}(M)$  et  $Q = S_{(AC)}(M)$ .

La droite (PQ) coupe respectivement (AB) et (AC) en E et F.

- 1) Montrer que  $(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PQ}) \equiv (\overrightarrow{QP}, \overrightarrow{QA}) [2\pi]$
- 2) Montrer que [MA] est la bissectrice de [ME, MF]

**Exercice 3 :**

Soit ABCD un carré tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

- 1) Soit [Ax) la demi-droite telle que  $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{Ax}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$ , montrer que (Ax) et (BD) sont sécantes en un point qu'on notera E.
- 2) Déterminer  $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB})$  puis  $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB})$
- 3) En déduire  $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EC})$  et  $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CE})$
- 4) Soit [Ay) la demi-droite telle que  $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{Ay}) \equiv \alpha [2\pi]$  où  $\alpha \in \mathbb{R}$ 
  - a) Discuter suivant les valeurs de  $\alpha$  les positions relatives de (Ay) et (BD).
  - b) Pour quelles valeurs de  $\alpha$  les droites sont-elles orthogonales ?

**Exercice 4 :**

Soit  $\zeta$  un cercle de centre o et de diamètre [AB] et soit  $C \in \zeta$  tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv -\frac{179\pi}{6} [2\pi]$

- 1) Trouver les mesures principales des angles orientés  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ ,  $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA})$
- 2) Vérifier que  $2(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AC}) \equiv (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) [2\pi]$
- 3) Montrer que les droites (AC) et (BC) sont perpendiculaires.
- 4) Soit  $\Delta$  la droite passante par O et perpendiculaire à (AC) et soit le point  $D \in \zeta \cap \Delta$  tel que D n'appartient pas au demi-plan [(AB), C)
  - a) Montrer que  $(\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$
  - b) En déduire que  $(\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{DA}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$

**Exercice 5 :**

Dans le plans P muni d'un repère orthonormé direct  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  on considère le cercle trigonométrique  $\zeta$  de centre o et de rayon 1, soient A et B les points tels que  $\overrightarrow{OA} = \vec{i}$  et  $\overrightarrow{OB} = \vec{j}$

- 1) a) Construire le point C de  $\zeta$  tel que  $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{50\pi}{3} [2\pi]$ 
  - b) Déterminer les mesures principales des angles orientés  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AO})$ ,  $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$
- 2) Soit D le point tel que  $D = S_{(OA)}(C)$ . Vérifier que  $D \in \zeta$ . Déterminer les mesures principales des angles orientés  $(\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OA})$ ,  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$ . En déduire que ACD est un triangle équilatéral.
- 3) Déterminer et construire les demi droites [Ot) telle que  $3(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{Ot}) \equiv \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- 4) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que  $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$