Lycée : Habib Thamer Classe :3 ème Math et Science	SERIE D' EXERCICES N°(4) Continuité	Prof : Regaig Farhat A.scolaire : 2008/2009

Exercice 1 : VRAI – FAUX. :

1) L'image de l'intervalle [-1 ; 2] par la fonction carré est l'intervalle [1 ; 4].
2) La fonction f : $x \mapsto 2(x-2)\sqrt{x}+1$ s'annule au moins une fois sur l'intervalle [0 ; 1].

L'image de l'intervalle [1 ; 2[par la fonction g : $x \mapsto \dfrac{x+1}{x}$ est un intervalle de la forme [a ; b[, où a et b sont deux réels

Exercice 2 : **Q.C.M**. Donner la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1) L'image de l'intervalle [-1, 1[par la fonction $x \mapsto |x^2-1|$ est l'intervalle :

   a [-1 ; 0[b [-1 ; 0[c]0 ; 1] d [0 ; 1]

2) La fonction $x \mapsto 2(x^2-2)\sqrt{x}+1$ s'annule au moins une fois sur l'intervalle :

   a [0 ; 1] b]0 ; 1[c]-1 ; 0[d [-1 ; 0]

3) On désigne par E la fonction partie entière.

   La fonction f définie sur [-1, 1] par f(x) =x + E(x) est continue :

   a en 0 b en $\dfrac{1}{2}$ c sur [-1 ; 0[d [-1 ; 0]

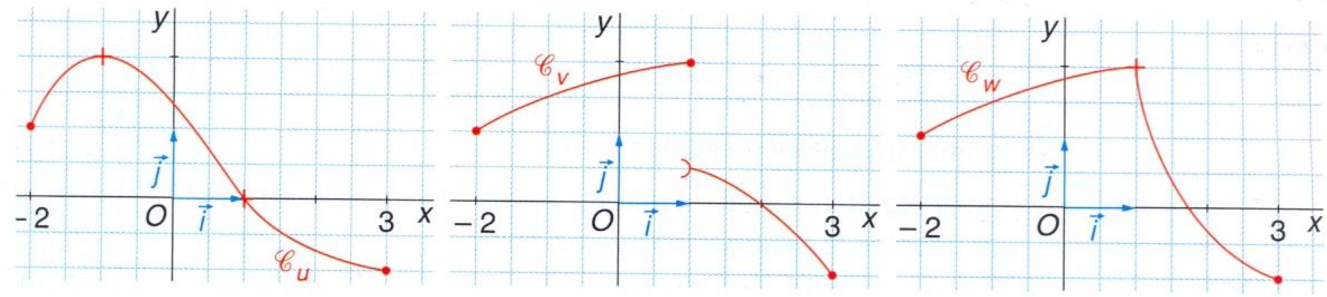
4) Soit la fonction f définie sur IR par f(x) = $\dfrac{x^2}{x^2+1}$

   a f est majorée par 1 b 1 est le maximum de f sur IR

   c 0 est le minimum de f sur IR d f est bornée sur IR

Exercice 3 :

Sur les graphiques ci-dessous, on a tracé, dans le plan muni d'un repère orthonormé, les courbes représentatives de trois fonctions u, v et w sur l'intervalle [- 2 ; 3].

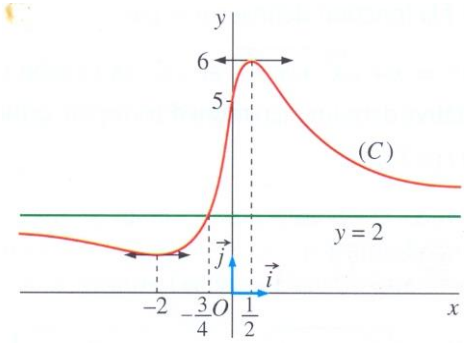


1) Par lecture graphique, déterminer les ensembles u([-2 ; 3]), v([-2 ; 3]) et w([-2 ; 3]).
2) On peut observer que les images de l'intervalle [-2 ; 3] par les fonctions u et w sont des intervalles, mais qu'il n'en est pas de même pour la fonction v. A quelle particularité de la courbe ce phénomène est-il dû ?
3) Choisir un intervalle ouvert J contenant u(1).
   A l'aide du graphique, représenter sur l'axe des abscisses l'ensemble k des réels x dont l'image par u appartient à l'intervalle ouvert J.

Exercice 4:

Soit la courbe (C) représentative d'une fonction f.

1) conjecturer :
   a) l'ensemble E de définition de f ;
   b) l'image par f des intervalles [0, +∞[et]– ∞, 0]
   c) les limites de f en + ∞ et en – ∞
2) a) déterminer le signe de f(x)
   b) donner le tableau de variation de f.



Exercice 5 :

Soit f la fonction définie sur [1, 2] par f(x) = $x^4 - x^2 + 1$.

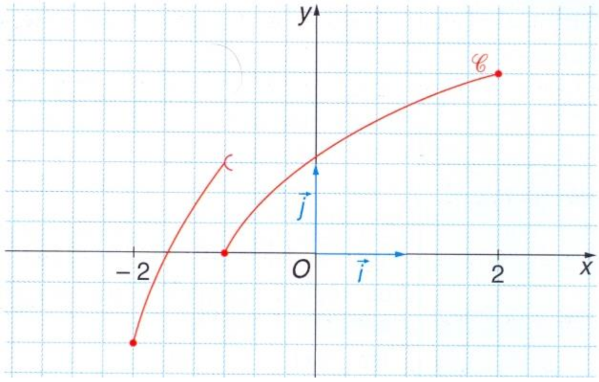
1) Etudier les variations de f.
2) Montrer que l'équation f(x) = 3 admet une solution α, dans l'intervalle] 1; 2[.

Donner, au moyen de la calculatrice, une valeur approchée de α à 10^{-2} près

Exercice 6 :

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

On a tracer la courbe représentative ζd'une fonction définie sur l'intervalle [-2, 2]. (Figure N°1)



1) Par lecture graphique, dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses? Justifier la réponse
   a) f est continue en 2?
   b) f est continue sur [-2, 2]
   c) f est continue sur [1, 2]
   d) – 1 est l'unique solution de l'équation f(x) = 0 sur l'intervalle [-2, 2].
   e) L'image de l'intervalle [-2, -1] par la fonction f est l'intervalle [-1, 1]
   f) Pour tout réel a $\in$ [-2, -1[on a f (a) < f (-1)
2) Soit g la fonction définie sur l'intervalle [-2, 2] par g(x) = f (-|x|)
   a) Montrer que g est une fonction paire.
   b) Construire alors la courbe représentative ζ' de la fonction g.

Exercice 7 :

On considère les fonctions f et g définies sur]0, +∞ [par f(x) = $\sqrt{x}$ et g(x) = $\frac{1}{x}+1$

a) Représenter dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les fonctions f et g.

b) Déterminer graphiquement un encadrement d'amplitude 0,5 de la solution de l'équation $x\sqrt{x} - x - 1 = 0$.

1) On considère la fonction h définie sur]0, + ∞ [par h(x) = $\sqrt{x} - \frac{1}{x} - 1$
   a) Montrer que h est continue sur]0, +∞ [
   b) Montrer que l'équation h(x) = 0 admet dans l'intervalle [2, 3] une solution α.
   c) Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
2) Soit φ: $]0,+\infty[\rightarrow IR$

$$x \mapsto \begin{cases} f(x) \text{ si } x \in]0,\alpha] \\ g(x) \text{ si } x \in]\alpha,+\infty[\end{cases}$$

   a) Tracer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe représentative de la fonction φ.
   b) Vérifier graphiquement que φ est continue en α.
   c) Montrer que φ est continue sur]0, + ∞ [
   d) Montrer que φ est bornée sur]0, + ∞ [

Exercice 8 :

On considère la fonction f définie sur [0 ; 3[par : f(x) = $\begin{cases} x^2+1 & \text{si } x \in [0;1[\\ 3 - xE(x) & \text{si } x \in [1,3[\end{cases}$ Où E(x) désigne la partie entière du réel x.

1) Construire la courbe (C) de f relativement à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$
2) Répondre par vraie ou faux en s'aidant de la courbe (C).
   a) La fonction f est continue sur [1 ; 3[.
   b) La fonction f est continue sur [0 ; 2[
   c) La fonction f est continue en 1 et en 2.
   d) La fonction f admet un minimum de valeur -3.
   e) La fonction f est bornée sur [0 ; 3[.
3) a) Montrer que pour tout x $\in$ [0 ; 3[on a $-3 < f(x) \leq 2$
   b) Peut-on dire que f([0 ; 3[) est l'intervalle]-3 ; 2] ? Justifier.
4) Soit g la restriction de f à l'intervalle [0 ; 1].
   a) Montrer que $g(x) = x^2 + 1$ pour tout x $\in$ [0 ; 1].
   b) Montrer que g est continue sur [0, 1].
   c) Montrer que l'équation $g(x) - 3x^3 = 0$ admet une solution dans l'intervalle [0, 1].