| Lycée : Habib Thamer<br>Classe :3 ème Math et science | SERIE D' EXERCICES N°(17)<br>Fonctions trigonométries | Prof : Regaig Farhat<br>Ascolaire : 2008/2009 |
|---|---|---|

## Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur IR par : f(x) = $\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$

1) Montrer que f est périodique et préciser une période de f.
2) a) Calculer f '(x) et résoudre dans l'intervalle [0, π] l'équation f '(x) = 0.
   b) Dresser le tableau de variation de f sur [0, π]
3) Représenter la restriction de f à l'intervalle [0, 2π] dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
4) Utiliser la courbe obtenue, pour donner selon la valeur du paramètre réel k, le nombre de solutions de l'équation f(x) = k dans [0, 2π].

## Exercice 2 :

On considère la fonction f définie par f(x) = tgx + sin(2x).

1) a) Déterminer l'ensemble de définition D de f.
   b) Montrer que f est π périodique.
   c) Etudier la parité de f.
   d) En déduire qu'il suffit d'étudier f sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$
2) Etudier f sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ puis tracer, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ sa courbe représentative sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$.

## Exercice 3 :

Soit f(x) = $\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}$

1) a) Déterminer l'ensemble de définition D de f .
   b) Montrer que ∀ x ∈ D, (x + π) ∈ D et f(x + π) = f(x). Interpréter ce résultat.
2) Soit g la restriction de f à l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right[$ . Etudier les variations de g et tracer sa courbe représentative C dans un repère orthonormé du plan.

## Exercice 4 :

Soient f : $IR \to IR$ , $x \mapsto 2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin 2x$ - 1 et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) Montrer que ∀ x ∈ IR, f(x) = $2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$. En déduire la période de f.
2) a) Montrer que la droite Δ : x = $\frac{\pi}{6}$ est un axe de symétrie de C.
   b) En déduire que l'on réduire l'étude de f à l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$
3) a) Dresser le tableau de variation de f.
   b) Tracer la courbe Γ de la restriction de f à l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right]$
4) Soit la fonction g : [-π, π], $x \mapsto 4\cos|x|.\cos\left(|x|-\frac{\pi}{3}\right)-1$. Soit C' la courbe de g dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.
   a) Montrer que ∀ x ∈ [0, π], g(x) = f(x).
   b) Tracer alors la courbe C' sur [– π, π]

## Exercice 5 :

On considère la fonction f définie sur IR par f(x) = sin x + cos²x

1) Montrer que f est 2π périodique.
2) Montrer que la droite Δ : x = $\frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie de la courbe $C_f$ représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
3) Etudier et représenter graphiquement la restriction g de f à l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.
4) Tracer la courbe de la restriction de f à l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$

## Exercice 6 :

Soit g la fonction définie sur $[-\pi, \pi] \setminus \{0\}$ par $g(x) = \dfrac{2}{1-\cos x}$ .On désigne par C sa courbe représentative dans un orthonormé.

1) Montrer que la fonction g est paire.
2) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.
3) a) Montrer que pour tout x de $]0, \pi]$, $g'(x) = \dfrac{-2\sin x}{(1-\cos x)^2}$

   b) Dresser le tableau de variations de g.
4) Tracer la courbe C.
5) Soit f la fonction définie sur $[-\pi, \pi] \setminus \{0\}$ par : $f(x) = \dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}$

   a) Vérifier que pour tout x de $[-\pi, \pi] \setminus \{0\}$, $f(x) = g(x) - 1$
   b) En déduire la représentation graphique de f.

## Exercice 7 :

Soit la fonction $f : IR \to IR \quad x \mapsto \sqrt{2+\cos x+\sqrt{3}\sin x}$ et (C) sa courbe représentative selon un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1) a) Montrer que f est définie sur IR et que ($\forall$ x $\in$ IR), $f(x) = 2\left|\cos\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)\right|$

   b) Montrer que f est périodique dont une période est $2\pi$.

   c) Montrer que la droite $\Delta$ d'équation $x = \dfrac{\pi}{3}$ est un axe de symétrie de ( C ). En déduire que l'on peut étudier f sur l'intervalle $I = \left[\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}\right]$.
2) a) Dresser le tableau de variation de f sur I.

   b) Tracer la courbe ( $C_1$) de la restriction de f à l'intervalle $\left[-\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}\right]$ (On précisera les demi-tangentes aux extrémités de ( $C_1$))
3) a) Résoudre dans $\left[-\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}\right]$, l'équation : $f(x) = 1$.

   b) Résoudre graphiquement dans $\left[-\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}\right]$ l'inéquation $1 + \cos x + \sqrt{3}\sin x$.

## Exercice 8 :

Soit la fonction f définie sur IR, par $f(x) = 4\sin x - 2\cos 2x - 1$

Soit $\zeta_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Montrer que $\forall$ x $\in$ IR, $f'(x) = (8\cos x)\left(\dfrac{1}{2}+\sin x\right)$

   b) Montrer que les droites $D_k : x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$ sont des axes de symétrie de $\zeta_f$.

   c) Justifier qu'il suffit d'étudier f sur $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$
2) a) Dresser le tableau de variation de f sur $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$.

   b) Calculer $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ en déduire le signe de f(x) sur $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$

   c) Tracer la restriction de $\zeta_f$ correspondante à $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right]$

   d) Résoudre graphiquement dans $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right]$ : $0 \le f(x) \le f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$
3) Soit la fonction F définie sur $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$ par $F(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ .Dresser le tableau de variation de F.
4) Soit la fonction g définie par $g(x) = 4\sin|x| - 2\cos 2x - 1$ ; $x \in \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$ . Montrer que g est une fonction paire puis tracer la courbe de g dans le même repère.
5) Soit la fonction h définie sur IR par $h(x) = 4\cos x + 2\cos 2x$ et $u\begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$ avec a $\in [0, \pi]$. Déterminer a sachant que $t_{\vec{u}}(\zeta_f) = \zeta_g$