

Exercice 1:

Dans un plan rapporté P, on considère un carré ABCD de centre O tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

Soit r la rotation de centre B et d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{2}$.

- 1) a) Déterminer l'image de C par r.
b) Soit E le symétrique de D par rapport à A. Montrer que E est l'image de D par r.
c) Soit F le symétrique de D par rapport à C. Déterminer l'image de F par r.
- 2) On désigne par O' le milieu de [BE]. Montrer que OF = O'D et que O est l'orthocentre du triangle DFO'.

Exercice 2:

Dans un plan rapporté P, on considère un triangle équilatéral ABC inscrit dans un cercle ζ de centre O et tel que :

On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].

Soit r la rotation qui transforme A en B et J en K.

- 1) Déterminer le centre et une mesure de l'angle de r.
- 2) Déterminer les images de K et de I par r.
- 3) On désigne par D le point de ζ diamétralement opposé à A. Soit R la rotation de centre D et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$
 - a) Montrer que R(B) = C
 - b) Soit A' l'image de A par R. Montrer que A' est le symétrique de A par rapport à C.

Exercice 3:

Dans un plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle rectangle en B tel que : $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

On désigne par D le symétrique de A par rapport à C. Soit R la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ transformant A en D.

- 1) Construire le centre Ω de R.
- 2) Montrer que Ω est le symétrique de A par rapport à B.
- 3) Déterminer le point I image de B par R.
- 4) On désigne par C' le symétrique de C par rapport à I.
Soit M un point de la demi-droite [BC) distinct de B et M' le point de la demi-droite [IC') tel que :
BM = IM'. Montrer que R(M) = M'

Exercice 4:

Dans le plan orienté, on donne un triangle ABC direct dont les angles sont aigus. AEB est le triangle équilatéral tel que

$(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$. ACF est le triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$

- 1) En utilisant la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$, démontrer que CE = BF et $(\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{BF}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$
- 2) Les droites (EC) et (BF) se coupent en un point I.
le cercle ζ_1 circonscrit au triangle AEB et le cercle ζ_2 circonscrit au triangle ACF passent par le point I.
Soit M le milieu de [EC) et N le milieu de [BF).
- a) Démontrer que le triangle AMN est équilatéral direct.
- b) Démontrer que $(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IN}) \equiv \pi + (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}) [2\pi]$

Exercice 5:

Le plan est orienté dans le sens direct. Soit ABC un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$.

On désigne par (ζ) le cercle de centre A et passant par B et C. Soit I le symétrique de B par rapport à (AC).

- 1) Montrer que $I \in (\zeta)$.
- 2) Quelle est la nature du quadrilatère ABCI ? Justifier.
- 3) Soit R la rotation de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{3}$, montrer que R(C) = A.
- 4) Soit D l'image de A par R. construire D et montrer que A est le milieu de [BD).

