

Série d'exercices ° 14 (Suites réelles)

Exercice 1 : VRAI-FAUX

1) $\frac{11!}{9!} = 10 \times 11 = 110$

2) $14! - 10! = 131 \times 10!$

3) Si n et p sont deux entiers naturel tels que $n! = p!$, alors $n = p$.

4) $2 \times \binom{7}{5} = 42$

5) $\sum_{k=1}^{14} \binom{14}{k} = 2^{14}$

Exercice 2 : VRAI-FAUX

On veut colorier à l'aide de quatre couleurs différentes le motif ci-contre.



1) Il y a $\binom{5}{4} = 5$ coloriages possibles.

2) Il y a $5 \times 4 = 20$ coloriages possibles.

3) Il y a $5^4 = 625$ coloriages différents possibles.

4) Il y a $4^5 = 1024$ coloriages possibles.

Même situation, mais on ajoute une cinquième couleur, et on s'interdit d'utiliser deux fois la même couleur dans le coloriage.

1) Il y a $\binom{5}{5} = 1$ coloriage possible.

2) Il y a $5^5 = 3125$ coloriages possibles.

3) Il y a $5 \times 5 = 25$ coloriages possibles.

4) Il y a $5! = 120$ coloriages possibles.

Exercice 3 : Q.C.M.

Q.C.M : Déterminer, dans chaque cas, la seule réponse correcte a la question posée.

1) On dispose de six souris, trois males et trois femelles, dont on veut extraire un couple afin qu'il se reproduise. Combien de couples peut-on former ?

- a) 6 b) 8 c) 15 d) 9

2) On doit choisir deux villes dans une liste de huit pour designer les extrémités d'une étape de course cycliste. Combien y a-t-il de choix possibles (on ne distingue pas départ et arrivée) ?

- a) 16 b) 64 c) 28 d) 256

3) Même question que précédemment, mais en distinguant ville de départ et ville d'arrivée.

- a) 16 b) 56 c) 64 d) 28

Exercice 4 :

Un médecin quitte son cabinet pour quatre visites a domicile, chez les patients A, B, C et D.

- a) Combien a-t-il de possibilités d'organiser l'ordre de ses visites ?
b) Combien lui reste-t-il de possibilités s'il est contraint de voir le patient A avant le patient C ?

Exercice 5: Anagrammes

Lorsqu'on permute les lettres d'un mot, on obtient une anagramme de ce mot. Ainsi, Romain est une anagramme de Marion.

Dénombrer toutes les anagrammes du prénom Marion.

Dénombrer les anagrammes du prénom Marion :

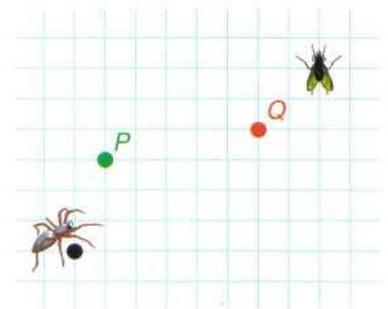
- a) Commencant par une voyelle.
b) Commencant et finissant par une consonne.
c) Commencant par une consonne et finissant par une voyelle.

Exercice 6 :

Une araignée se déplace sur une toile représentée ci-contre.

Elle veut atteindre la mouche en se déplaçant uniquement de gauche à droite et de bas en haut.

- 1) Dénombrer tous les itinéraires possibles.
2) Dénombrer les itinéraires passant par.
a) le point P.
b) les points P et Q.
c) les points P ou Q.



Exercice 7 :

Si n désigne un entier naturel supérieur ou égal a 3, on place n points distincts sur un cercle.

- 1) a) Dénombrer toutes les droites passant par deux de ces n points.
b) Réaliser une figure pour $n = 5$ et vérifier, dans ce cas, le résultat ci-dessus.
2) Pour quelle valeur de n obtient-on 21 droites ?
3) a) Dénombrer les triangles obtenus en joignant trois de ces points.
b) Sur le cercle, combien de triangles ont pour sommets trois points consécutifs ?

Exercice 8 :

On dispose de 6 jetons sur lesquels on a écrit respectivement les lettres : A, B, C, D, E, F.

I/ A l'aide de ces 6 jetons, combien peut-on écrire :

- 1) De mots de 6 lettres ?
2) De mots de 4 lettres ?

- 3) De mots de 4 lettres comprenant dans l'ordre : une consonne, une voyelle, une consonne, une consonne.
- 4) De mots de 4 lettres ou les voyelles et les consonnes sont alternées.
- 5) De mots de 4 lettres comprenant les deux voyelles.
- 6) De mots de 4 lettres comprenant 2 consonnes dans les 3 premières lettres.

II/ On ajoute deux autres jetons sur lesquels on écrit la lettre A.

Combien de mots de 4 lettres peut-on former à l'aide de ces 8 jetons.

Exercice 9 :

Une urne contient 10 boules réparties comme suit :

4 boules blanches numérotées	: 1, 1, 2, 3
3 boules jaunes numérotées	: 1, 2, 3
3 boules vertes numérotées	: 1, 2, 2

On tire simultanément 4 boules de l'urne.

- 1) Dénombrer tous les tirages possibles.
- 2) Dénombrer les tirages comprenant :
 - a) Une seule boule jaune.
 - b) Une seule boule numérotée 2.
 - c) Une seule boule jaune et une seule boule numérotée 2.

Exercice 10 :

Une urne contient 20 boules réparties comme suit : 9 boules blanches, 7 boules rouges et 4 boules vertes.

I/ On tire simultanément 3 boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages comprenant :

- 1) 3 boules d'une même couleur.
- 2) Une boule de chaque couleur.
- 3) 3 boules de deux couleurs différentes et deux seulement.

II/ On tire successivement sans remise 3 boules de l'urne.

- 1) Dénombrer tous les tirages possibles.
- 2) Déterminer le nombre de tirages comprenant dans cet ordre :
Une boule blanche, une boule rouge et une boule verte.
- 3) Dénombrer les tirages comprenant les 3 couleurs.
- 4) Dénombrer les tirages comprenant exactement 2 boules blanches.
- 5) Dénombrer les tirages comprenant 3 boules de 2 couleurs différentes et 2 seulement.

III/ On tire successivement avec remise 5 boules de l'urne.

- 1) Dénombrer tous les tirages possibles.
- 2) Dénombrer les tirages comprenant exactement 2 fois une boule blanche.

Exercice 11 :

Un groupe de 10 personnes comprend : 5 personnes de groupe sanguin A ; 3 personnes de groupe sanguin B et 2 personnes de groupe sanguin O.

I/ On choisit au hasard 4 personnes. Dénombrer les possibilités comprenant :

- 1) Exactement 2 personnes de groupe sanguin B.
- 2) Au moins 2 personnes de groupe sanguin B.
- 3) Au plus une personne de groupe sanguin O.
- 4) Les 3 types de groupes sanguins.

II/ Les dix personnes sont malades. On dispose de trois médecins X, Y et Z. Chaque malade appelle au hasard un médecin et un seul.

- 1) Dénombrer tous les cas possibles.
- 2) Parmi les 10 personnes il y a 3 frères.
Dénombrer les possibilités dans chacun des cas suivants :
 - a) Les 3 frères appellent le même médecin.
 - b) Les 3 frères appellent des médecins deux à deux différents.
- 3) Dénombrer les possibilités dans chacun des cas suivants :
 - a) Le médecin X reçoit exactement 4 appels.
 - b) Les 10 malades appellent le même médecin.
 - c) Les 3 médecins sont appelés.

Exercice 3 : (5 points)

Dans tout l'exercice, on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

Un libraire propose 30 titres différents d'un même auteur : 5 de ces livres sont couverts de cuir et coûtent 90^D ; 12 ont une couverture toilée et coûtent 60^D les autres sont cartonnés et coûtent 30^D .

Un client vient acheter 3 livres de cet auteur sans préciser de titre particulier. Le libraire prend au hasard 3 livres de sa collection.

- 1) Combien y a-t-il de choix possibles?
- 2) Combien y a-t-il de choix possible si le client
 - a) Choisi 3 livres couverts de cuir?
 - b) Choisi 3 livres ayant même couverture?
 - c) Choisi 3 livres pour un montant exact de 150^D ?
- 3) Le client s'est donné pour objectif de ne pas dépenser plus de 150^D , combien y a-t-il de choix pour que les trois livres présentés par le libraire puissent convenir au client?

- 4) 3 élèves achètent chacun un seul livre. Déénombrer les possibilités dans chacun des cas suivants :
- Chaque élève achète un livre cartonné
 - Un seul élève achète un livre couvert de cuir

Exercice 12 :

1) Calculer les sommes suivantes

$$S_1 = 1 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + 8C_n^3 + \dots + 2^n C_n^n$$

$$S_2 = 1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 - 8C_n^3 + \dots + (-1)^n \cdot 2^n \cdot C_n^n$$

2) En déduire la valeur

$$S = 1 + 2^2 C_{100}^2 + 2^4 C_{100}^4 + \dots + 2^{2k} C_{100}^{2k} + \dots + 2^{98} C_{100}^{98} + 2^{100}$$

Exercice 1 :

Soit n un entier naturel supérieur ou égal a 5 et x un réel non nul.

- Quel est le coefficient de x^5 dans le développement de $(1+x)^{2n}$.
- Quel est le coefficient de x^5 dans le développement de $(1+x)^n (1+x)^n$.
- En déduire la somme $S = C_n^0 C_n^5 + C_n^1 C_n^4 + C_n^2 C_n^3$