Décembre 2010 *Durée : 2h*	*Lycée secondaire el kalchèni* **Devoir de Synthèse n°1**	*Classe : 4eme Sciences expérimentales* *Mme Yahmadi S*

Nom :..... Prénom : ..... Classe :.....

Exercice 1 *(3,5pts)*

Pour chacune des questions suivantes une seule des quatre réponses est exacte indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie (aucune justification n'est demandée)

1)On pose z= $-e^{i\frac{\pi}{3}}$ alors on a

a. z^3= -1	b.$\bar{z}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$	c. un argument de z est $-\frac{\pi}{3}$	d. $z-\bar{z}=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$

2) On considère l'équation : z^2 +2 cos ($\frac{\pi}{5}$) z +1 = 0

a.L'équation a deux solutions complexes de modules égaux à 1	b.une solution de l'équation est z_1 = cos ($\frac{\pi}{5}$) +i sin($\frac{6\pi}{5}$)	c. le produit des solutions est égal à-1	d. une solution de l'équation est z_1 = cos ($\frac{\pi}{5}$) -i sin($\frac{\pi}{5}$)

3) Soit u = cos($\frac{2\pi}{7}$) +i sin($\frac{2\pi}{7}$) alors $1+u+u^2+u^3+u^4+u^5+u^6$ est égal à

a.$\frac{1-u^6}{1-u}$	b.1- u^6	c.0	d.$\frac{2}{1-u}$

4) les suites (U_n)et (V_n) sont adjacentes

a. $U_n=1-\frac{1}{n}$, $V_n=\frac{n+3n^2}{1+2n^2}$	b. $U_n=1-\frac{1}{n}, V_n=\frac{5+\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$	c. $U_n=1-\frac{1}{n}, V_n=1-\frac{1}{n^2}$	d. $U_n=1-\frac{1}{n}, V_n=1+\frac{(-1)^n}{n}$

5)Soit f une fonction dérivable sur [a;b] et telle que l'équation f(x)=0 admette une solution unique c dans [a;b]

a. f(a) et f(b) sont de signes contraires	b.si f(a) et f(b) sont de signes contraires alors f est strictement monotone	c.si la dérivée de f est de signe constant alors f(a) f(b) <0.	c.si la dérivée de f est de signe constant alors f(a) $<$ f(b)

Exercice 2 *(6pts)*

Soit U la suite définie sur IN par $U_0=1$ *et* $U_{n+1}=\frac{4U_n+3}{U_n+2}$ *pour tout n ∈ IN*

1/. a. Montrer que pour tout n de IN on a $1\leq U_n\leq 3$

b. Montrer que la suite U est croissante

c. En déduire que la suite U est convergente puis calculer sa limite

2/ Soit V la suite définie sur IN par $V_n=\frac{U_n-3}{U_n+1}$

a. Montrer que V est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$

b. Exprimer V_n *puis* U_n*en fonction de n*

3/a. Vérifier que pour tout n de IN on a : $3-U_{n+1}=\frac{1}{U_n+2}(3-U_n)$

b. En déduire que pour tout n de IN on a : $3-U_{n+1}\leq\frac{1}{3}(3-U_n)$

c. Montrer que pour tout n de IN $3-U_n \leq \frac{2}{3^n}$,retrouver $\lim_{n \to +\infty} U_n$

Exercice 3 *(5,5pts)*

Pour tout nombre complexe z , on pose p(z)= 4 z^3- (16 + 4 i) z^2+(25 +16 i) z- 25 i

1/a. Montrer que i est une solution de l'équation p(z) = 0

b. Déterminer les réels a ,b et c tels que p(z)= (z-i) (az^2+b z+c)

c .Résoudre dans C l'équation p(z)=0

2/Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\ \vec{v})$*.On considère les points A ,B et C d'affixes*

respectives i , 2- $\frac{3}{2}$*i et 2+*$\frac{3}{2}$*i*

a. Placer ces points dans le repère$(O,\vec{u},\ \vec{v})$
b.Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme

3/ Soit $\theta \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ *et M le point d'affixe* $z = e^{i\theta}$

a. Ecrire z – i sous forme exponentielle

b. Déterminer la valeur de θ pour que AM = $\frac{BC}{3}$

Exercice 4 *(5pts)*

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ *par f(x)=* $\sqrt{2+\frac{1}{x}}$ *Le tableau de variation ci-dessous est celui de f*

x	*0*	$+\infty$
f (x)	$+\infty$ ↘	

1/ a. Montrer que f réalise une bijection de $]0,+\infty[$ *Sur un intervalle* J *à préciser*

b. Déterminer le sens de variation de f^{-1} *sur J*

2/ Montrer que l'équation f(x)= x admet dans $]0,+\infty[$ *une unique solution a puis vérifier que 1<* $a < 2$

3/a. Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$ ona *f'(x)= -* $\frac{1}{2x^2 f(x)}$

b. Justifier que f^{-1} *est dérivable en a puis montrer que* $(f^{-1})'(a) = -2a^3$

4/ a. Montrer que pour tout x de l'intervalle $[1,+\infty[$ *on a :* $-\frac{1}{2\sqrt{2}} < f'(x) \leq 0$

b. En déduire que pour tout x de l'intervalle $[1,+\infty[$ *on a* $|f(x) - a| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}|x-a|$