Prof :Hamdi et Regaieg Classe :3 ème Math 2-3	DEVOIR DE SYNTHESE N°2	Date : 2 / 3 / 200 Durée : 3 heures

Exercice 1 : Q-C-M (2 points)

Pour chacune des questions posées, reconnaître l'affirmation exacte.

1) Parmi un groupe de 20 personnes, on veut constituer un comité comprenant : un président, un secrétaire et un trésorier. Le nombre de comités qu'on peut former est :

2) $\boxed{a}$ C_{20}^{3} $\boxed{b}$ 20^3 $\boxed{c}$ A_{20}^{3}

3) Une boite de craie contient 6 bâtons blancs et 5 rouges. On prend simultanément 3 bâtons dans cette boite. Le nombre de cas d'obtenir trois bâtons de même couleur est :

$\boxed{a}$ $C_6^3 \times C_5^3$ $\boxed{b}$ $C_6^3 + C_5^3$ $\boxed{c}$ $6^3 + 5^3$

4) Dans un parking à 5 places numérotées de 1 à 5 on veut garer 5 voitures numérotées de 1 à 5 . Le nombres des cas possibles de garer dans la 1ère place une voiture portant un numéro impair est :

$\boxed{a}$ 3×4^4 $\boxed{b}$ $3 \times 4!$ $\boxed{c}$ $5\,!$

5) La porte d'entrée d'un immeuble est commandée par un code d'accès composé d'une lettre suivie de trois chiffres. On dispose d'un clavier comportant les lettres A, B et C, et les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Le nombre de codes comportant au moins un chiffre parmi 7, 8 ou 9 est :

$\boxed{a}$ 648 $\boxed{b}$ 1152 $\boxed{c}$ 864

Exercice 2 : (5 points)

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. On considère les points A et B d'affixe respectives $a = 2 + 2i\sqrt{3}$ *et* $b = -\ 2\sqrt{3} + 2i$.

1) a) Ecrire a et b sous forme trigonométrique.

   b) Représenter les points A et B.

2) On pose z = a + b et on désigne par N le point d'affixe z.

   a) Montrer que OANB est un carré.

   b) Déterminer le module et un argument de z.

   c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{7\pi}{12}$

3) Soient C et D les points d'affixes respectives $c = -2\sqrt{3} - 2i$ et $d = 4$.

   a) Déterminer $\left(\widehat{\overrightarrow{OB}\,,\overrightarrow{OC}}\right)$. En déduire que le triangle OBC est équilatéral.

   b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un trapèze.

4) Déterminer l'ensemble : $\mathscr{X}$ des points M d'affixe non nul z telles que $\arg\left(\dfrac{z}{2+2i\sqrt{3}}\right) \equiv \dfrac{\pi}{4}\left[2\pi\right]$

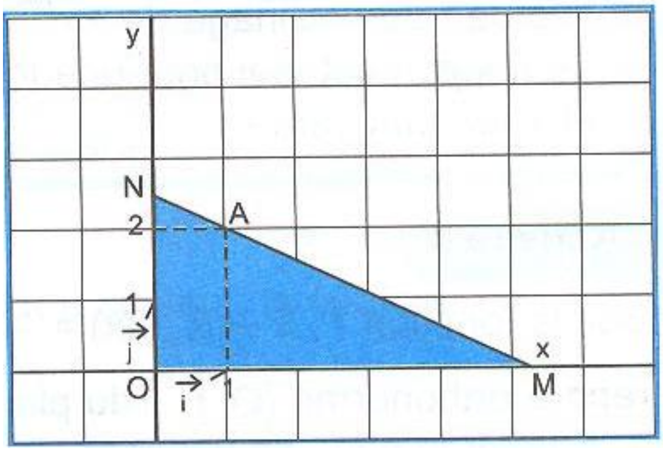
Exercice 3 : (4 points)

Le plan est rapporte à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Soit A le point de coordonnées (1, 2).

A chaque point M(x, 0) tel que (x >1), on associe le point N de l'axe (0y) des ordonnées de façon que A, M et N soient alignés (Voir figure ci-contre)

On désigne par S(x) l'aire du triangle OMN.



1) a) Exprimer l'ordonnée de N en fonction de x.

b) En déduire que $S(x)=\frac{x^2}{x-1}$

2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction S sur]1, + ∞ [.

b) En déduire la valeur de x pour que l'aire de OMN soit minimale.

3) a) Déterminer les deux réels a et b tels que pour tout x > 1, $S(x)=a\,x+b+\frac{1}{x-1}$.

b) En déduire que la droite Δ : y = x +1 est une asymptote a la courbe représentative (ζ) de la fonction S au voisinage de + ∞.

c) Tracer Δ et (ζ) dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$(Sur votre copie)

Exercice 4 : (3 points)

Dans l'annexe ci- jointe (figure page 4), on a représenté dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ la courbe représentative (C) d'une fonction f définie est dérivable sur IR$-\{0\}$.

La droite Δ : y = 2x + 1 est une asymptote oblique à (C) au voisinage de +∞ et au voisinage de – ∞ et la droite d'équation x = 0 est une asymptote verticale à (C)

1) Par lecture graphique
   a) Donner f (–1) et f ' (–1).
   b) Dresser le tableau de variation de f et préciser les extrema éventuels.
2) Discuter, suivant les valeurs du réel k , le nombre de solutions de l'équation : f(x) = k.
3) Préciser le signe de l'équation (f(x) – (2x+1)) pour x ∈ IR$-\{0\}$.
4) Sachant que pour tout x ∈ IR–{0} ; $f(x)=\mathrm{ax}+1+\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{x}^2}$, Déterminer les réels a et b.
5) Tracer dans le même repère la courbe (C') de la fonction g définie sur IR$-\{0\}$ par $g(x)=\left|\mathrm{f(x)}\right|$.

Exercice 5 : (6 points)

Soit la fonction f définie sur] $-\infty,0] \cup [2, +\infty[$par $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$ et (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé$\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Partie A :

1) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 0 et à droite en 2. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
2) Dresser le tableau de variation de f.
3) Montrer que Δ : y = x – 1 est une asymptote oblique à (ζ) au voisinage de + ∞ et que Δ' : y = – x + 1 est une asymptote oblique à (ζ) au voisinage de – ∞.
4) Etudier la position de (ζ) par rapports Δ sur [2, + ∞[et la position de (ζ) par rapports Δ' Sur] $-\infty$,0].
5) Tracer la courbe (ζ).

Partie B :

Soit la fonction g définie sur IR par $g(x)=\sqrt{\left|x^2-2x\right|}$

(ζ') sa courbe représentative dans le repère$\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$:

1) Montrer que D : x = 1 est une axe de symétrie de (ζ').
2) Etudier la dérivabilité de g à gauche en 2. Interpréter graphiquement le résultat obtenu .
3) Montrer que g est dérivable sur [1, 2[et que $g'(x)=\dfrac{1-x}{\sqrt{-x^2+2x}}$ pour tout x $\in$ [1 , 2[.
4) Dresser le tableau de variation de g sur [1 , + ∞[.
5) Tracer la courbe (ζ') de g dans le même repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Nom et prénom : **Classe :**

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 1 :

Q.C.M	a)	b)	c)
1)			
2)			
3)			
4)			

Exercice 4 :