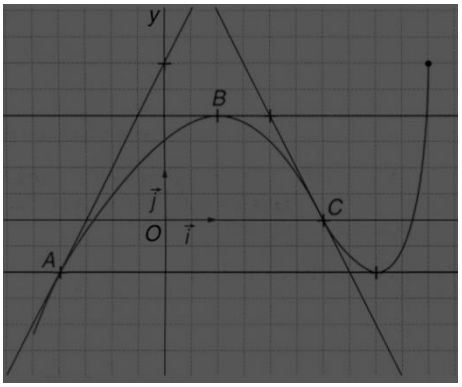
Classe : 3 ème Maths et Sc.	SERIE D' EXERCICES Dérivabilité	Mr Yahmadi Rafik Ascolaire : 2010/2011

Exercice 1:

Pour chacune des questions posées, reconnaître l'affirmation exacte.

La courbe (ζ) ci-dessous représente une fonction f dérivable sur l'intervalle [– 2,5 ; 5] et certaines de ses tangentes.



1) a f '(– 2) = 0 b f '(1) = 0 c f '(3) = 0

2) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$ =

a 0 b + ∞ c 2

3) La tangente à (ζ) en C a pour équation :

a y = – 2x + 6 b y = $-\dfrac{1}{2}$x + 3 c y = – 2x

4) La tangente à (ζ) en A est perpendiculaire à la droite d'équation :

a y = 2x b y = – 2x c y = $-\dfrac{x}{2}$

Exercice2 :

1) Démontrer que, pour tout réel h non nul et inférieur à 4 : $\dfrac{\sqrt{4-h}-2}{h} = \dfrac{-1}{\sqrt{4-h}+2}$

2) En déduire que la fonction f définie sur]-∞ ; 2] par : f(x) = $\sqrt{2-x}$ est dérivable en -2 et calculer f '(-2).

Exercice3 : 1) Démontrer que la fonction racine carrée est dérivable en 1 et donner son nombre dérivé en 1.

2)En déduire que : $\sqrt{1+h} \approx 1+\dfrac{1}{2}h$ Pour h proche de 0.

Exercice4 : Soit f(x) la fonction suivante :f(x) = |2x+1| + |x-2|

1/ Ecrire f sans valeur absolu

2/ Etudier la dérivabilité de f en (1/2) et en 2. Que peut-on en déduire ?

Exercice5 : Calculer f' (x) dans chacun des cas suivants :

$$a)\, f(x)=3x^2,\quad b)\, f(x)=\frac{1}{x+5},\quad c)\, f(x)=5\sqrt{x},\quad d)\, f(x)=\frac{1}{x}+x^5,\quad e)\, f(x)=x^2\sqrt{x}$$

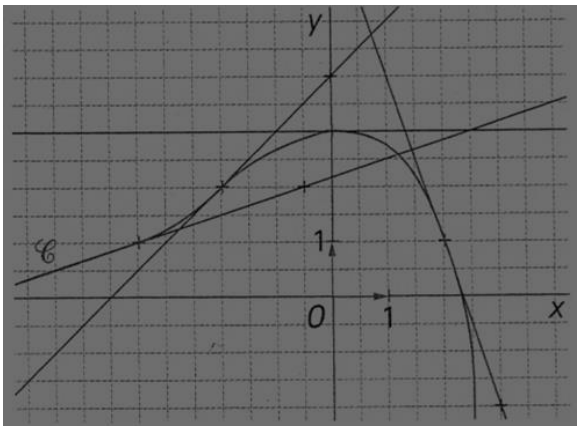
$$f)\, f(x)=x^2+3x-5,\quad g)\, f(x)=\frac{1}{x^2+4x},\quad h)\, f(x)=\frac{x+3}{2x-1},\quad i)\, f(x)=\frac{4}{x}+5x,$$

$$j)\, f(x)=\frac{x^2+2}{x-5},\quad k)\, f(x)=(x^2+1)(x^2+4x-7),\quad l)\, f(x)=\frac{5}{3x+1}\quad m)\, f(x)=\frac{2}{x^5}+x^3$$

Exercice 6 : Soit la fonction f définie par $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}}$

1/ Déterminer le domaine de définition de f

2/ Etudier la dérivabilité de f en 1 et en 2. Interpréter les résultats obtenus.



Exercice7 : Les droites tracées sont tangentes à la courbe ζ d'une fonction f .

Donner par lecture graphique : f ' (-3,5) ; f ' (-2) ; f '(0) ; f '(2).

Exercice8

I/ Soit f : $\mathrm{IR} \to \mathrm{IR}$; $x \mapsto ax^2 + bx + 5$ où a et b sont deux réels. Soit (ζ) la courbe de f dans un R.O.N $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) Soit $x_0 \in$ IR, Calculer f '(x_0)
2) Déterminer a et b pour que (ζ) passe par A (2, 5) et admet en ce point une tangente parallèle à la droite Δ : y = 4x – 1.
3) On prend a = 2 et b = – 4
   a) $x_0 \in$ IR, écrire une équation de la tangente à (ζ) au point d'abscisse x_0

   b) Déterminer les équations des tangentes à (ζ) issue du point I (1, -1)

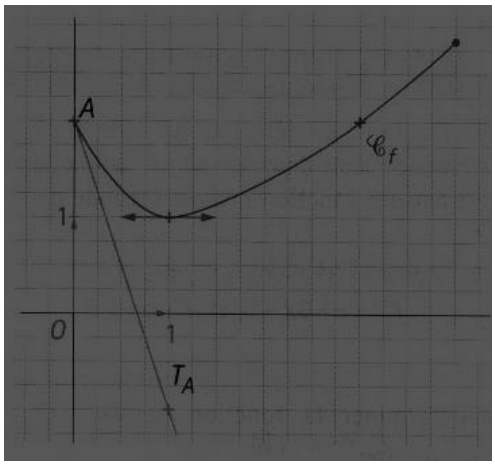
II/ Soit g la fonction définie par $\begin{cases} g(x) = 2x^2 - 4x + 5 & \text{si } x \le 1 \\ g(x) = \sqrt{x^2 + x + 2} + x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$
2) Montrer que f est continue en 1.
3) Etudier la dérivabilité de g en 1
4) Soit $x_0 \in$]1, + ∞[, montrer que f est dérivable en x_0 et déterminer g '(x_0)

Exercice 9 :

La courbe (ζ_f) représente une fonction f définie et dérivable sur [0 ; 4] dans un repère orthonormé. On note f ' la fonction dérivée de f. La droite (T_A) est la tangente au point A d'abscisse 0. La courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 1.

1) a) Donner f (0), f (1), f ' (0) et f ' (1).
   b) Donner le tableau des variations de f.



2)On considère la fonction g inverse de f, c'est-à-dire g = $\frac{1}{f}$. On note g' la fonction dérivée de g.

   a) Déterminer g (0), g (1) et g (3).
   b) Déterminer les valeurs g' (0) et g' (1).
   c) Déterminer le sens de variation de g. justifier.
   d) Construire sur le graphique la courbe représentative de g.

Ex.ercice 10:

Soit f(x) = $\sqrt{x^2 - 2x - 3}$. On désigne par ζ sa courbe représentative .

1) a) Déterminer D_f et étudier la continuité de f sur D_f.
   b) Etudier la dérivabilité de f à gauche en (-1) et à droite en 3. Interpréter graphiquement les résultats.
2) a) Montrer que : ∀ x ∈ D_f \ {-1 ; 3}, on a f '(x) = $\frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$
   b) Dresser le tableau de variation de f.
3) a) Vérifier que : ∀ x ∈ D_f ; f(x) = $\sqrt{(x-1)^2 - 4}$
   b) Montrer que : $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) + x - 1] = 0$ et que $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x + 1] = 0$
   c) En déduire que la courbe ζ admet deux asymptotes obliques D et D'.
4) Tracer D, D' et ζ.