Exercice N° 1

Soit la fonction f définie sur P par :

$$f(x) = \frac{-x^3 + 5x}{x^2 + 3}$$

Soit C la courbe représentative de f, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) ***a) Déterminer les réels a et b tels que, pour tout x de P :***

$$f(x) = ax + \frac{bx}{x^2 + 3}$$

b) Montrer que f est impaire.

2) ***Soit D la droite d'équation*** $\boldsymbol{y = = -- x}$.

a) Montrer que D est asymptote à (C).

b) Étudier la position relative de la courbe (C) et de la droite D.

Exercice N° 2

Soit la fonction f définie sur $P \setminus \{0\}$ ***par :***

$$f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{3x}$$

Soit C la courbe représentative de f, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) ***Calculer les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction f*** .

2) ***a) Montrer que, pour tout x non nul***

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{3x}$$

où a, b et c sont trois réels que l'on déterminera.

b) En déduire que la droite d'équation D: $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ ***est asymptote à la courbe C.***

3) ***a) Déterminer les coordonnées du point I, point d'intersection des deux asymptotes***

b) Étudier la position relative de la courbe (C) et de la droite D.

Exercice N°3

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$

1) ***Déterminer l'ensemble de définition de f***

2) ***a) Montrer que la droite (D) d'équation*** $y = x + \frac{1}{2}$ ***est une asymptote pour (Cf) au voisinage de*** $+\infty$.

b) Étudier la position de (Cf) par rapport à (D).

c) Montrer que la droite (D') d'équation $y = -x - \frac{1}{2}$ ***est une asymptote pour (Cf) au voisinage de*** $-\infty$.

d) Étudier la position de (Cf) par rapport à (D').