

.....**Exercice n°1(4pts)**.....

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte.

1). Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + x - 1$. L'équation $f(x) = 0$ admet une solution dans :

a) $[0 ; 1]$	b) $[1 ; 2]$	c) $[-2 ; -1]$
--------------	--------------	----------------

2). Soit f une fonction continue sur $[2 ; 5[$ alors :

a) f est continue à gauche en 5	b) f est continue en 2	c) $\lim_{2^+}(f) = f(2)$
-----------------------------------	--------------------------	---------------------------

3). L'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \frac{-3x+5}{(E(x))^2-5}$ est :

a) \mathbb{R}	b) $\mathbb{R} \setminus \{5\}$	c) $\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$
-----------------	---------------------------------	---

4). Si A, B, C et D quatre points deux à deux distincts tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$, alors nécessairement :

a) C et D confondus	b) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$	c) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$
---------------------	--	--

.....**Exercice n°2 (6pts)**.....

La courbe tracée dans l'annexe (page 3) représente une fonction f définie sur $[-2 ; 7]$.

Par lecture graphique répondre aux questions suivantes :

1). a). Déterminer l'ensemble de continuité de f .

b). Déterminer : $f(-2)$; $\lim_{-2^+}(f)$; $f(0)$; $\lim_{0^-} f$; $\lim_{0^+} f$; $f(3)$; $\lim_{3^-}(f)$; $\lim_{3^+}(f)$;

$f(5)$; $\lim_{5^-}(f)$; $\lim_{5^+}(f)$ et $\lim_{7^-}(f)$.

2). a). Déterminer $f([-2 ; 0])$, $f([-1 ; 3])$, $f([3 ; 5])$ et $f([-2 ; 7])$.



- b). Déterminer $\max(f)$ et $\min(f)$.
- 4). Soit g la restriction de f à l'intervalle $[-2; 3]$ et $h = |g|$
- a). Déterminer les variations de g .
- b). Tracer C_h la courbe de h à partir de C_g la courbe de g . Expliquer.

.....**Exercice n°3 (4pts)**.....

On donne la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x-3}{x-1} & \text{si } x \in]-\infty; 1[\\ \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}-2} & \text{si } x \in]1; +\infty[\end{cases}$

- 1). a). Déterminer le domaine de définition de f .
- b). Vérifier que f est continue sur son domaine de définition.
- 2). a). Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.
- b). Dédire que f est prolongeable par continuité en 1.
- c). Déterminer le prolongement par continuité F de f en 1.

.....**Exercice n°4 (6pts)**.....

Soit ABC un triangle équilatéral de coté 4cm et G son centre de gravité.

$I = A * C$ et D le point vérifiant : $\vec{BD} = 2\vec{BI}$.

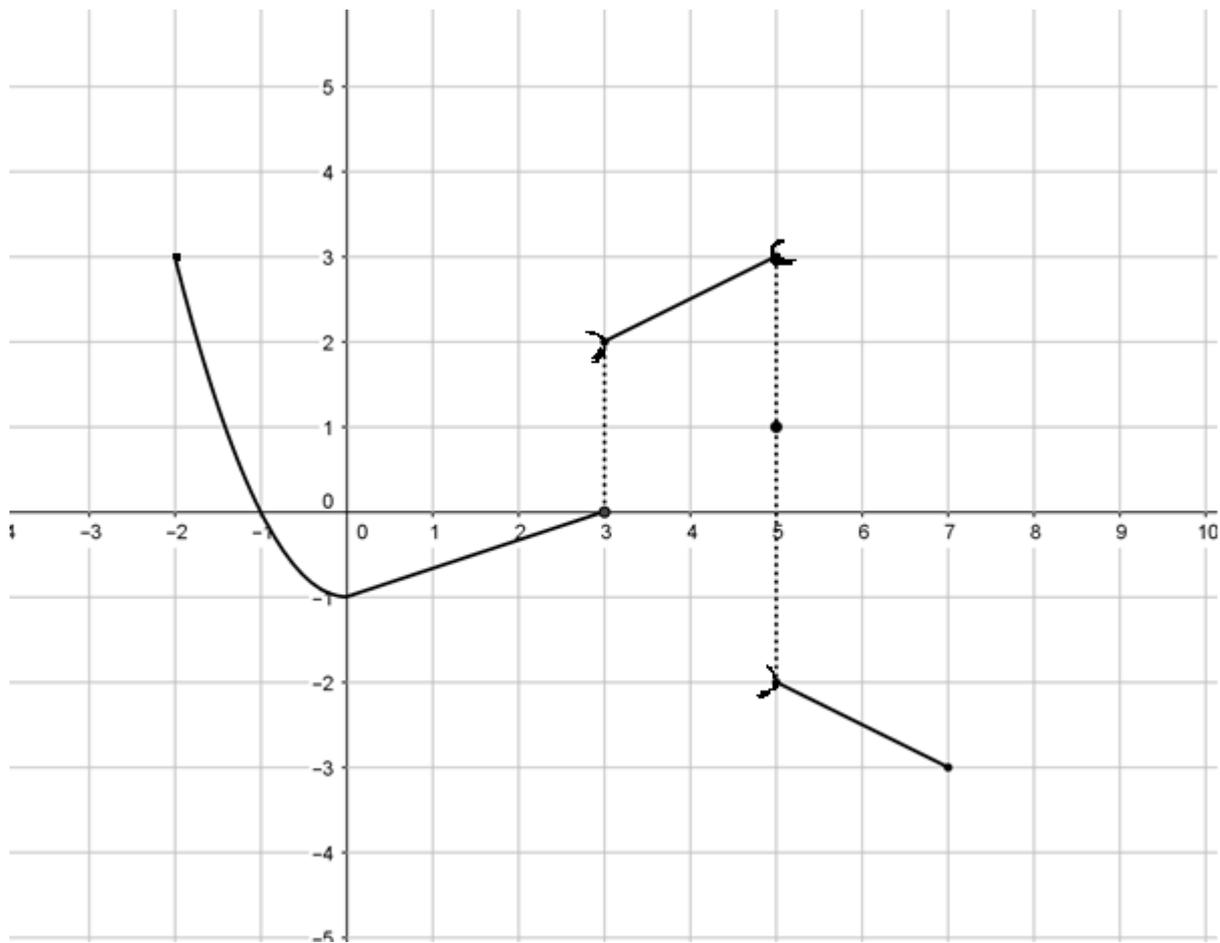
- 1). a). Calculer : $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$
- b). Quelle est la nature du quadrilatère $ADCB$?
- 2). Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma = \{ M \in \mathcal{P} / \vec{MA} \cdot \vec{MC} = 5 \}$
- 3). a). Montrer que pour tout point $M \in \mathcal{P}$ on a : $\vec{MA} \cdot \vec{MC} - MB^2 = \vec{MB} \cdot \vec{BD} + 8$
- b). En déduire l'ensemble Δ des points M du plan tel que : $\vec{MA} \cdot \vec{MC} - MB^2 - 8 = 0$
- 4). Soit l'application $f: \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R}$
- $$M \mapsto f(M) = MA^2 + MB^2 + MC^2$$
- a). Montrer que pour tout point $M \in \mathcal{P}$ on a $f(M) = 3MG^2 + 16$
- b). Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma' = \{ M \in \mathcal{P} / MA^2 + MB^2 + MC^2 = 43 \}$

Bon travail



Annexe à rendre avec la copie

Nom : Prénom : Classe :



Exercice n°1.....

1	2	3	4
a	c	a	b

Exercice n°2.....

1).a).L'ensemble de continuité de f est $[-2;7] \setminus \{3;5\}$.

b). Déterminer : $f(-2) = -1$; $\lim_{-2^+}(f) = 3$; $f(0) = -1$; $\lim_{0^-} f = -1$; $\lim_{0^+} f = -1$;

$f(3) = 0$; $\lim_{3^-}(f) = 0$; $\lim_{3^+}(f) = 2$; $f(5) = 1$; $\lim_{5^-}(f) = 3$; $\lim_{5^+}(f) = -2$ et $\lim_{7^-}(f) = -3$.

2).a). $f([-2;7]) = [-1;3]$; $f([-1;3]) = [-1;0]$; $f(\{3;5\}) =]2;3[\cup \{0;1\}$; $f([-2;7]) = [-3;-2[\cup [-1;3]$

b).Déterminer $\max(f) = 3$ et $\min(f) = -3$.

4).a). g est décroissante sur $[-2;0]$ et croissante sur $[0;3]$.

b). $h(x) = \begin{cases} g(x) \text{ si } g(x) \geq 0 \\ -g(x) \text{ si } g(x) \leq 0 \end{cases}$

Exercice n°3.....

1). a).La fonction $x \mapsto \frac{x^2+2x-3}{x-1}$ est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ en particulier sur $] -\infty ; 1[$.

.La fonction $x \mapsto \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$ est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$ en particulier sur $] -\infty ; 1[$.

(car $x^2 + 3 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ et $\sqrt{x^2 + 3} - 2 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$).

b). La fonction $x \mapsto \frac{x^2+2x-3}{x-1}$ est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ (fonction rationnelle) en particulier sur $] -\infty ; 1[$.

.La fonction $x \mapsto \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$ est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$ en particulier sur $] -\infty ; 1[$.

(car $x^2 + 3 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ et $\sqrt{x^2 + 3} - 2 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$ et les fonctions $x \mapsto x^2 + 3$ et $x \mapsto \sqrt{x^2 + 3} - 2$ sont continues sur $] -\infty ; 1[$).

2).a).*). $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+2x-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x+3) = 1+3 = 4$.

$$*) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}-2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(\sqrt{x^2+3}-2)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(x^2-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x^2+3}+2) = \sqrt{1^2+3}+2 = 2+2=4$$

b). On a f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ et $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$ (**finie**) ($\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$ car $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$).

Donc f est prolongeable par continuité en 1.

c). La fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ 4 & \text{si } x = 1 \end{cases}$ est le prolongement par continuité de f en 1.

Exercice n°4.....

1). a). $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos(\widehat{BA; BC}) = 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 8$.

b). On a $I = A * C = B * D$ et $BC = BA$ alors ADCB est un **losange**.

2). $\vec{MA} \cdot \vec{MC} = 5$ signifie $IM^2 - IA^2 = 5$ signifie $IM^2 = 5 + IA^2 = 5 + 4 = 9$ signifie $IM = 3$ signifie Γ est le cercle de centre I et de rayon 3.

3). a). $\vec{MA} \cdot \vec{MC} - MB^2 = (\vec{MB} + \vec{BA}) \cdot (\vec{MB} + \vec{BC}) - MB^2 = MB^2 + \vec{MB} \cdot \vec{BC} + \vec{BA} \cdot \vec{MB} + \vec{BA} \cdot \vec{BC} - MB^2 = \vec{MB} \cdot (\vec{BC} + \vec{BA}) + \vec{BA} \cdot \vec{BC} = \vec{MB} \cdot \vec{BD} + 8$ (car $\vec{BC} + \vec{BA} = \vec{BD}$ (puisque ADCB est un parallélogramme) et $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 8$).

b). $\vec{MA} \cdot \vec{MC} - MB^2 - 8 = 0$ signifie $\vec{MB} \cdot \vec{BD} + 8 - 8 = 0$ signifie $\vec{MB} \cdot \vec{BD} = 0$ signifie Δ est la perpendiculaire à (BD) en B.

4). a). $f(M) = MA^2 + MB^2 + MC^2 = (\vec{MG} + \vec{GA})^2 + (\vec{MG} + \vec{GB})^2 + (\vec{MG} + \vec{GC})^2 = MG^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GA} + GA^2 + MG^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GB} + GB^2 + MG^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GC} + GC^2 = 3MG^2 + 2\vec{MG} \cdot (\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}) + GA^2 + GB^2 + GC^2$.

Or $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ car G est le centre de gravité de ABC et $GA = GB = GC = \frac{2}{3} BI = \frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

(car G est le centre de gravité de ABC et ABC est un triangle équilatéral donc BI est une hauteur aussi).

Alors on obtient $GA^2 = GB^2 = GC^2 = \frac{16}{3}$ et par suite $f(M) = 3MG^2 + 16$.

b). $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 43$ signifie $3MG^2 + 16 = 43$ signifie $MG^2 = 9$ signifie $MG = 3$ signifie Γ' est le cercle de centre G et de rayon 3.

