

Devoir de contrôle n°2

Durée : 120 mn

3<sup>eme</sup> Math

Mr :Bouhouch Ameer

Exercice n°1 :1) Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}$ , on a :  $\cos(4x) = 8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x + 1$ .2) On pose  $P(t) = 8t^4 - 8t^2 + 1$ .a) Montrer que  $P(\cos \frac{\pi}{8}) = 0$  et  $P(\cos \frac{3\pi}{8}) = 0$ b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $8x^2 - 8x + 1 = 0$ c) En déduire les racines de l'équation  $P(t) = 0$ .d) Donner alors les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{8}$  et  $\cos \frac{3\pi}{8}$ .3) a) Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}$  :  $\sqrt{2+\sqrt{2}} \cos(x) + \sqrt{2-\sqrt{2}} \sin(x) = 2 \cos(x - \frac{\pi}{8})$ .b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $]-\pi ; \pi]$  l'équation :  $\sqrt{2+\sqrt{2}} \cos(x) + \sqrt{2-\sqrt{2}} \sin(x) = -1$ Exercice n°2 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , on donne le point A de coordonnées polaires  $(4, \frac{\pi}{3})$  et B le symétrique de A par rapport à l'axe  $(O, \vec{j})$ .

1) Déterminer les coordonnées polaires de B.

2) Déterminer les coordonnées cartésiennes de A et B.

3) Soit I le milieu de [AB]. Déterminer les coordonnées cartésiennes de I.

4) Placer les points A, B et I dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .5) Soit G le centre de gravité du triangle OAB. Montrer que les coordonnées polaires de G sont  $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{2})$ .Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x} & \text{si } x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1} & \text{si } x < 2 \end{cases}$

On désigne par  $(\zeta)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1) Montrer que f est continue en 2.

2) Etudier la dérivabilité de f en 2. interpréter graphiquement les résultats.

3) Etudier les variations de f sur  $\mathbb{R}$  et dresser son tableau de variation.4) Montrer que la tangente à  $(\zeta)$  au point d'abscisse 1 est parallèle à la droite

$$(D) : y = \frac{5}{2}x - 2.$$

Voir suite au verso >>>>>>

5) a) Vérifier que  $\forall x < 1 : f(x) = \sqrt{(x-1)^2 + 3}$

b) En déduire que la droite  $(\Delta) : y = -x + 1$  est une asymptote à  $(\zeta)$  au voisinage de  $+\infty$

6) Montrer que la droite  $(\Delta') : y = 2x$  est une asymptote à  $(\zeta)$  au voisinage de  $-\infty$ .

7) Tracer  $(\Delta)$ ,  $(\Delta')$  et  $(\zeta)$ .

8) Soit  $g(x) = f(|x|)$ .

Expliquer comment peut-on déduire la courbe  $(\zeta')$  de  $g$  à partir de  $(\zeta)$  et construire  $(\zeta')$  dans le même repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

**Bon travail**