

Devoir de contrôle n°2

Durée : 120 mn

3^{eme} Math

Mr :Bouhouch Ameer

Exercice n°1 :1) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, on a : $\cos(4x) = 8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x + 1$.2) On pose $P(t) = 8t^4 - 8t^2 + 1$.a) Montrer que $P(\cos \frac{\pi}{8}) = 0$ et $P(\cos \frac{3\pi}{8}) = 0$ b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $8x^2 - 8x + 1 = 0$ c) En déduire les racines de l'équation $P(t) = 0$.d) Donner alors les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{8}$ et $\cos \frac{3\pi}{8}$.3) a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$: $\sqrt{2+\sqrt{2}} \cos(x) + \sqrt{2-\sqrt{2}} \sin(x) = 2 \cos(x - \frac{\pi}{8})$.b) Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $]-\pi ; \pi]$ l'équation: $\sqrt{2+\sqrt{2}} \cos(x) + \sqrt{2-\sqrt{2}} \sin(x) = -1$ Exercice n°2 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on donne le point A de coordonnées polaires $(4, \frac{\pi}{3})$ et B le symétrique de A par rapport à l'axe (O, \vec{j}) .

1) Déterminer les coordonnées polaires de B.

2) Déterminer les coordonnées cartésiennes de A et B.

3) Soit I le milieu de [AB]. Déterminer les coordonnées cartésiennes de I.

4) Placer les points A, B et I dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.5) Soit G le centre de gravité du triangle OAB. Montrer que les coordonnées polaires de G sont $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{2})$.Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x} & \text{si } x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1} & \text{si } x < 2 \end{cases}$

On désigne par (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) Montrer que f est continue en 2.

2) Etudier la dérivabilité de f en 2. interpréter graphiquement les résultats.

3) Etudier les variations de f sur \mathbb{R} et dresser son tableau de variation.4) Montrer que la tangente à (ζ) au point d'abscisse 1 est parallèle à la droite

$$(D) : y = \frac{5}{2}x - 2.$$

Voir suite au verso >>>>>>

5) a) Vérifier que $\forall x < 1 : f(x) = \sqrt{(x-1)^2 + 3}$

b) En déduire que la droite $(\Delta) : y = -x + 1$ est une asymptote à (ζ) au voisinage de $+\infty$

6) Montrer que la droite $(\Delta') : y = 2x$ est une asymptote à (ζ) au voisinage de $-\infty$.

7) Tracer (Δ) , (Δ') et (ζ) .

8) Soit $g(x) = f(|x|)$.

Expliquer comment peut-on déduire la courbe (ζ') de g à partir de (ζ) et construire (ζ') dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Bon travail