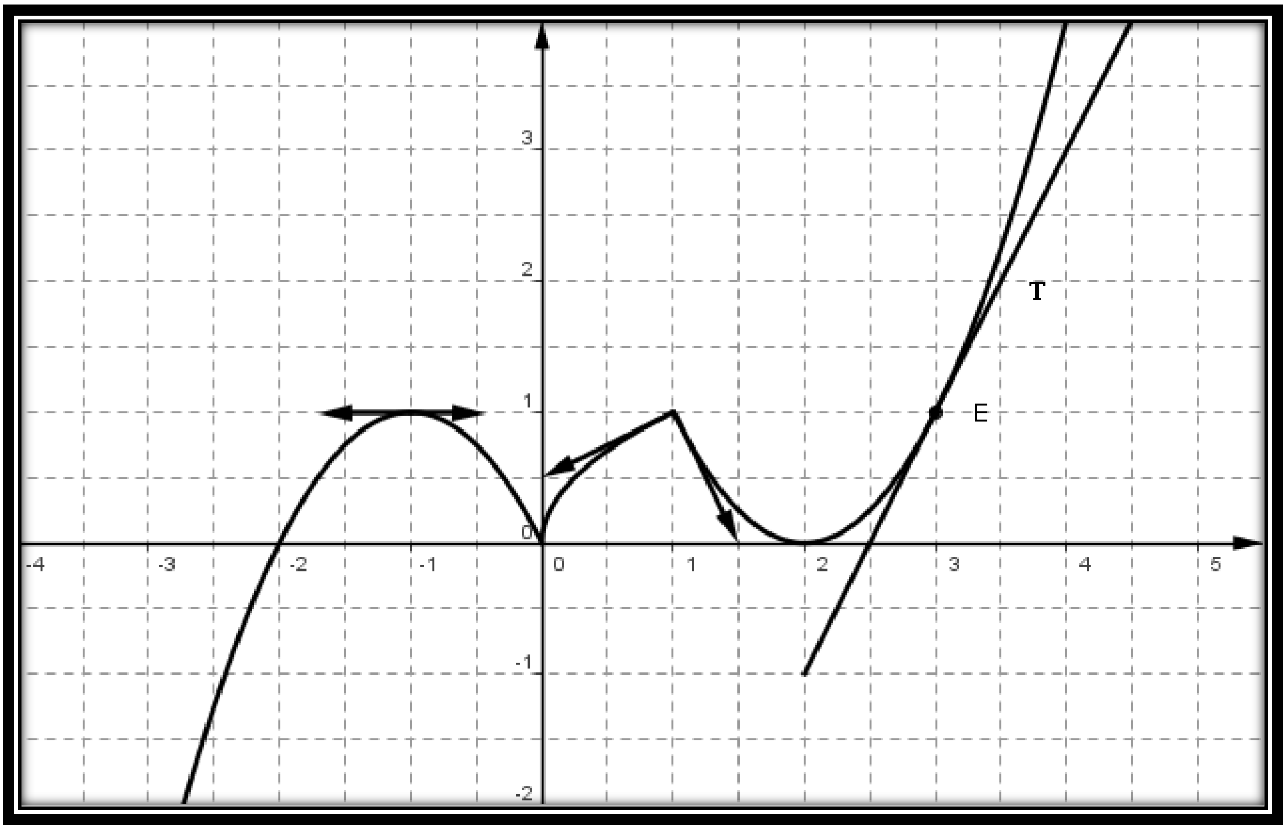
Exercice N°1 (6 ponits)

Dans la figure ci-dessous on a représenté la courbe (C) de la fonction f ainsi que les tangentes (ou les demi-tangentes) en certain de ces points. (T est la tangente a (C) au point E (3, 1)).



1/ Répondre par vrai ou faux pour chacune de ces propositions

a/ f est dérivable sur IR

b/ f est définie sur IR

c/ la courbe (C) de f admet au point $x_0 = -1$ un maximum global.

d/ $f'(-2) > f'(-0{,}5)$

2/ Déterminer graphiquement

$f'(3) = \cdots$ $\quad$ $f'(-1) = \ldots\ldots\ldots$ $\quad$ $f'_d(1) = \ldots\ldots.$ $\quad$ et $\quad$ $f'_g(1) = \ldots\ldots$

3/ Dresser le tableau de variation de f ainsi que le signe de sa fonction dérivée f'

4/ Supposons que cette courbe (C) est la courbe de la fonction dérivée d'une fonction F.

Déterminer le sens de variation de F.

Exercice N°2 (5 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x(x+2)}$ où a et b sont deux paramètres réels.

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1/ Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis calculer $f'(x)$ en fonction de a et b.

2/ Déterminer a et b sachant que le point $A\ (-1, 4)$ est un extrémum de f.

3/ Pour les valeurs de a et b trouvées vérifier que $f'(x) = \frac{6(x+1)}{x^2(x+2)^2}$

a/ Dresser alors son tableau de variations.

b/ Déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Exercice N°3 (9 points)

A/ Soit U(x)= $2 - 2\cos(2x + \frac{\pi}{3})$et V(x) = $\cos(x + \frac{\pi}{6}) - \cos(3x + \frac{\pi}{2})$

1) a) Résoudre dans IR puis dans $]-\pi, \pi]$ l'équation V(x) = 0

b) Résoudre dans IR l'inéquation U(x) ≥ 1

2) a) Montrer que pour tout a $\in \mathrm{IR}$; $\cos a - \cos 3a = 4\cos a \sin^2 a$

b) En déduire une factorisation de V (x)

c) Montrer que U(x) = $4\sin^2(x + \frac{\pi}{6})$

3) Pour $x \in [0, \pi]$ on pose f(x) = $\frac{U(x)}{V(x)}$

a) Déterminer le domaine de définition de f

b) Montrer que f(x) = $\frac{1}{\cos(x+\frac{\pi}{6})}$ pour tout réel x de son domaine de définition

B/ Dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé $\mathfrak{R}(o, \vec{i}, \vec{j})$ direct, on considère les points

A et B de coordonnées polaires respectives $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ et $\left(2, \frac{\pi}{4}\right)$

1) Placer A et B sur le repère $\mathfrak{R}$

2) Déterminer les coordonnées cartésiennes de A et B

3) a) Calculer $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$

b) Déterminer une mesure de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$

c) Calculer $\cos(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ et en déduire $\cos\frac{\pi}{12}$

d) Calculer $\sin(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ et en déduire $\sin\frac{\pi}{12}$

Avec mes encouragements