Lycee H. Souk Djerba Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Contrôle N : 2 Durée :2 Heures	3 Mathématique 1 22 Février 2011

EXERCICE N : 1 (8 points)

A) Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $R (O , \vec{u} , \vec{v})$ **(Unité : 2 cm) .**

A , **B** et **C** les points d'affixes respectives : $Z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $Z_B = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ et $Z_C = -\sqrt{3} + i$.

1) Déterminer la nature des ensembles suivants :

$\Delta = \{$ $M \in P$ d'affixes Z telles que : $\left| Z - \sqrt{2} - i\sqrt{2} \right| = \left| Z \right|$ $\}$

$\Gamma = \{$ $M \in P$ d'affixes Z telles que : $\left| i\,\overline{Z} - 1 + i\sqrt{3} \right| = 2$ $\}$

2) a) Ecrire Z_A , Z_B et Z_C sous forme trigonométrique .

b) Déduire que les points **A** , **B** et **C** appartiennent au cercle **($\mathscr{C}$)** de centre **O** et de rayon 2 .

c) Placer les points **A** , **B** et **C** dans le repère R .

3) Déterminer l'affixe Z_D du point **D** pour lequel **ABCD** soit un parallélogramme .

B) On donne le nombre complexe $U = Z_B \cdot Z_C$.

1) Ecrire **U** sous la forme cartésienne .

2) Ecrire **U** sous la forme trigonométrique .

3) Déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$, $\sin\frac{7\pi}{12}$ puis $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

EXERCICE N : 2 (5 points)

A) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{4x^2 - 3x}{1 - x}$.

1) Dresser le tableau de variations de g .

2) Préciser les extrema de g et leur nature .

B) Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$.

(Cf) sa courbe dans le repère orthonormé $R (O , \vec{i} , \vec{j})$.

Soit m un réel de l'intervalle $] 0 ; \frac{3}{4} [$, on note **(T_m)** la tangente à **(C f)** au point M d'abscisse m .

1) Ecrire , en fonction de m , une équation cartésienne de la tangente **(T_m)** .

2) La tangente **(T_m)** coupe l'axe des abscisses au point N .

a) Montrer que la distance $ON = -\frac{1}{6}\,g(m)$.

b) Déterminer le point N pour lequel la distance ON est maximale .

EXERCICE N : 3 (*7 points*)

Soit g la fonction définie sur $[0, \pi]$ *par :* $g(x) = a\cos 2x + b\cos x - \frac{1}{2}$ *où a et b sont deux constantes.*

On désigne par **(Cg)** *la courbe représentative de g dans un repère orthonormé .*

A) 1) *Calculer pour tout* $x \in [0, \pi]$, $g'(x)$ *en fonction de a et b .*

2) *Déterminer les réels a et b pour lesquels g admette un extremum en* $\frac{2\pi}{3}$ *égale à* -2 *.*

B) *Soit f la fonction définie sur* $[0, \pi]$ *par :* $f(x) = \cos 2x + 2\cos x - \frac{1}{2}$ *.*

1) *Montrer que pour tout* $x \in [0, \pi]$, $f(x) = 2\cos^2 x + 2\cos x - \frac{3}{2}$ *.*

2) a) *Résoudre dans* $[0, \pi]$ *l'équation :* $f(x) = 0$ *.*

b) *Résoudre dans* $[0, \pi]$ *l'inéquation :* $2\cos x + 1 \geq 0$ *.*

3) a) *Montrer que pour tout* $x \in [0, \pi]$, $f'(x) = -2\sin x\,(1 + 2\cos x)$ *.*

b) *Etudier les variations de f .*

c) *Déduire le signe de* $f(x)$ *pour tout* $x \in [0, \pi]$ *.*

4) *Calculer :* $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}^+} \frac{1}{f(x)}$ *et* $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos 2x + 4\cos x - 1}{6x - 2\pi}$ *.*