Lycée secondaire : Ali Bourguiba Kalâa Kbira		Année scolaire : 2010-2011
Epreuve : Mathématiques	Devoir de contrôle n° 2	Durée : 2 heures
Professeur : Maâtallah	Date : Le 23-02-2011	Classe : 3 M_2

Exercice n° 1: (6 points)

1) Soit a et b deux entiers naturels .
   a) i) Prouver que 10a+b est divisible par 13 si et seulement si a+4b est divisible par 13 .
   ii) Sans calculatrice , montrer que 569556 est divisible par 13 .
   b) Si a et b sont premiers entre eux , montrer que $(2a+b)\wedge(3a+2b)=1$.
2) Montrer que $\forall$ n $\in \mathbb{N}$: $3^{2n+1}+2^{n+2}$ est divisible par 7 .
3) Soit n $\in \mathbb{N}$. Montrer que si $(1+i\sqrt{3}\,)^n$ est réel alors n est divisible par 3 .

Exercice n° 2: (8 points)

1) Dans un repère orthonormé , soit M un point d'affixe z tel que z≠-3i et M' un point d'affixe z'=$\frac{i(z-1)}{z+3i}$
   a) Déterminer l'ensemble des points M tel que $|z'|=1$.
   b) Déterminer l'ensemble des points M tel que z' soit réel .
2) Dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, soit A le point d'affixe $z_A=2(\cos(\frac{\pi}{12})+i\sin(\frac{\pi}{12}))$ et B le point d'affixe z_B tel que OAB est un triangle équilatéral et $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.
   a) Placer les points A et B dans $(O,\vec{u},\vec{v})$. Déduire le module et un argument de z_B .
   b) Soit I le milieu du segment $[OB]$ et J le point d'affixe z_J tel que ABIJ est un parallélogramme .
      i) Etablir que z_A-$z_J=\frac{z_B}{2}$ puis que $z_J=\frac{z_B}{2}(\frac{2z_A}{z_B}-1)$ et que $\frac{z_J}{z_A-z_J}=-i\sqrt{3}$.
      ii) Montrer que AIOJ est un rectangle . En déduire le module et un argument de z_J .

Exercice n° 3: (6points)

Le plan est orienté dans le sens direct . Soit ABC un triangle équilatéral tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$ et I le symétrique de B par rapport à (AC) . Soit R la rotation qui transforme A en C .

1) Montrer que I est le centre de R .
2) Soit D = R (B) . Montrer que C est le milieu de $[AD]$.
3) A tout point M de $[AB]$ distinct de A et de B , on associe le point M' de $[CD]$ tel que AM = CM' .
   Montrer que le triangle IMM' est équilatéral .

Bon travail