Lycée secondaire Ali B.Bembla	**Devoir de contrôle n° 2** *Mathématiques*	*Classe* : 3 ^{ème} Maths
Date 06 / 02 / 2012	*Prof* : Mosrati chawki	*Durée* : 2 heures

EXERCICE :1(3pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

1/ Soit le nombre complexe $z = 5 - i\,(3 - 4i)$

a) La partie réelle de z est 3

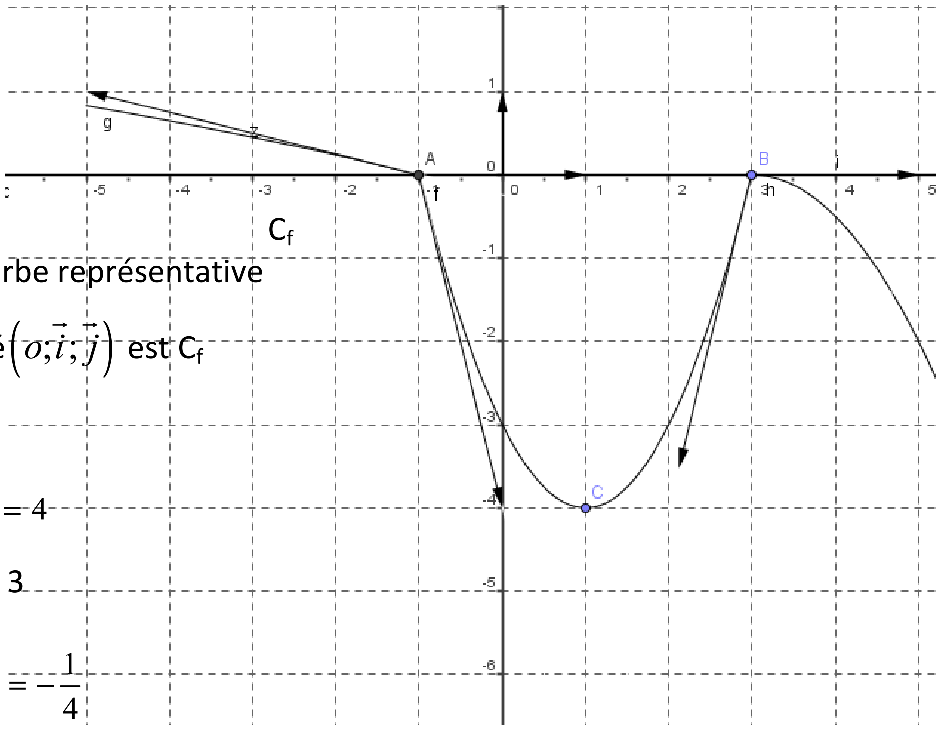
b) z a pour image le point M(1 ; - 3)

c) La partie imaginaire de z est 3

2/ Les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $(Z-3)^2 + 4 = 0$ sont :

a) { }
b) { 3 + 2i , -3 + 2i }
c) { 3 + 2i ; 3 - 2i }

3/



Soit la fonction f don la courbe représentative

Dans un repère orthonormé $(o;\vec{i};\vec{j})$ est C_f

Alors :

a) $\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1} = 4$

b) f est dérivable en 3

c) $\lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1} = -\dfrac{1}{4}$

EXERCICE :2(6pts)

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{4x^2-13x+7}{2(x-3)}$.On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère o.n. $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ Vérifier que : $f(x) = 2x - \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{(x-3)}$.

2/ Dresser le tableau de variation de f.
3/ a- Déterminer les asymptotes à C_f .

b- Montrer que le point $I\left(3;\frac{11}{2}\right)$ est un centre de symétrie de C_f.

4 /Tracer la courbe C_f.

5/ Soit la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{2x^2 - 3|x| - 7}{|x| - 3}$.

a- Montrer que pour tout $x \in [0\ ;+\infty[\setminus\{3\}$: $f(x) - g(x) = -\dfrac{7}{2}$.

b- En déduire la courbe de g de celle de f.

EXERCICE :3(7pts)

On considère les points A, B et C les points d'affixes respectifs les nombres complexes suivants :
$Z_A = 2 - 2i\sqrt{3}$,$Z_B = 2 - 2i$, $Z_C = Z_A \times Z_B$ *et* $Z_D = 1$.

1/ a- Déterminer le module et l'argument de Z_A, Z_B *et* Z_C.

b- Écrire Z_C sous forme algébrique.

c- En déduire une valeur exacte de $\cos\dfrac{5\pi}{12}$ *et* $\sin\dfrac{5\pi}{12}$.

2/ Soit f : P\{B} , M(Z) → M\`(Z\`) tel que $Z` = \dfrac{Z - 2 + 2i\sqrt{3}}{Z - 2 + 2i}$

On pose Z = x + iy, avec x et y deux réels.

a- Montrer que $Z' = \dfrac{(x-2)^2 + (y+2\sqrt{3})(y+2)}{(x-2)^2+(y+2)^2} + i\dfrac{(x-2)(y+2\sqrt{3}) - (y+2)(x-2)}{(x-2)^2+(y+2)^2}$.

b- Déterminer l'ensemble des points M(Z) tel que Z' soit imaginaire pur.

3/ a- Montrer que pour tout Z ≠ i on a : $(Z' - 1)(Z - 2 + 2i) = \left(-2+2\sqrt{3}\right)i$

b- Montrer que DM'xBM = $\left(-2+2\sqrt{3}\right)$.

b- Déduire sur quel ensemble se déplace le point M' si M se déplace sur le cercle de centre B et de rayon : $-1 + \sqrt{3}$.

c- Montrer que $\arg(Z' - Z_D) + \arg(Z - Z_B) \equiv \dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$

EXERCICE :4(4pts)

1) a- Montrer que : $3\cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\sqrt{3}\cos\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$.

b- Résoudre dans IR l'équation : $3\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0$.

2) Soit f la fonction définie sur [0 ; 2π [par $f(x) = \dfrac{2\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}{3\cos x - \sqrt{3}\sin x}$.

a- Déterminer le domaine D_f de définition de f.

b- Montrer que pour tout $x \in D_f$: $f(x) = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$.

c- Résoudre dans [0 ; 2π [l'inéquation : $f(x) \geq \dfrac{\sqrt{3}}{3}$